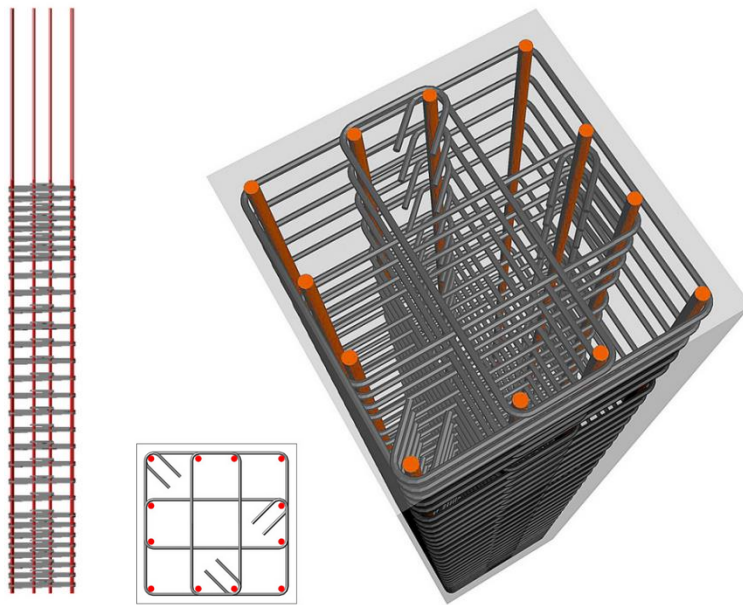


Note de curs



Dr.ing. NAGY-GYÖRGY Tamás
Conferențiar

E-mail:

tamas.nagy-gyorgy@upt.ro

Tel:

+40 256 403 935

Web:

<http://www.ct.upt.ro/users/TamasNagyGyorgy/index.htm>

Birou:

A219

9.1 DEFINIȚII

9.2 IMPERECȚIUNI

9.3 EFECTE DE ORDINUL II.

9.4 ZVELTEȚEA ȘI LUNGIMEA EFECTIVĂ

9.5 INFLUENȚA CURGERII LENTE ȘI CRITERII SIMPLIFICATOARE

9.6 COMPRESIUNE EXCENTRICĂ DREAPTĂ

9.7 COMPRESIUNE EXCENTRICĂ OBLICĂ

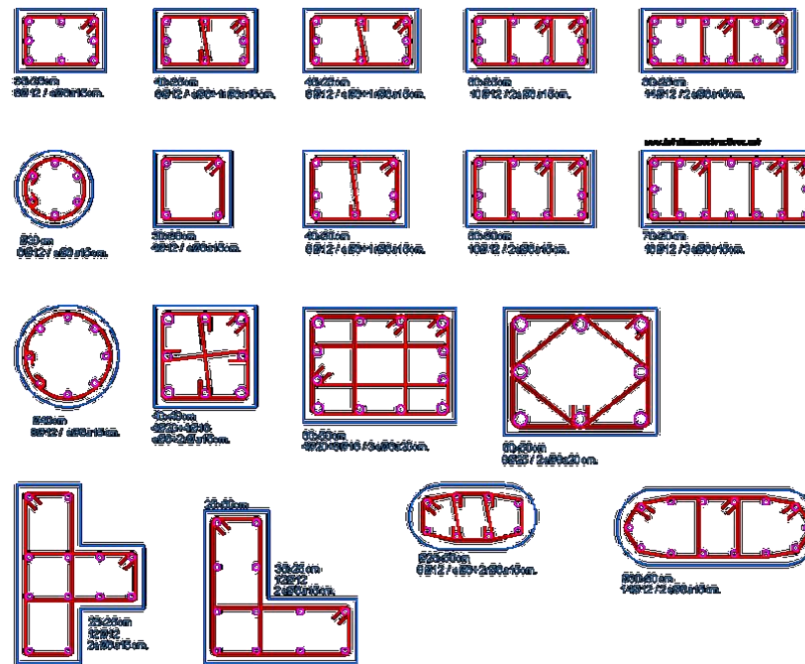
Definitions / Definiții

Elemente preponderent comprimate: stâlpii

Stâlpul: - element supus la încovoiere cu forță axială de compresiune, cu

$$N_{Ed} > 0,10 A_c f_{cd}$$

- secțiune transversală dreptunghiulară, circulară sau inelară



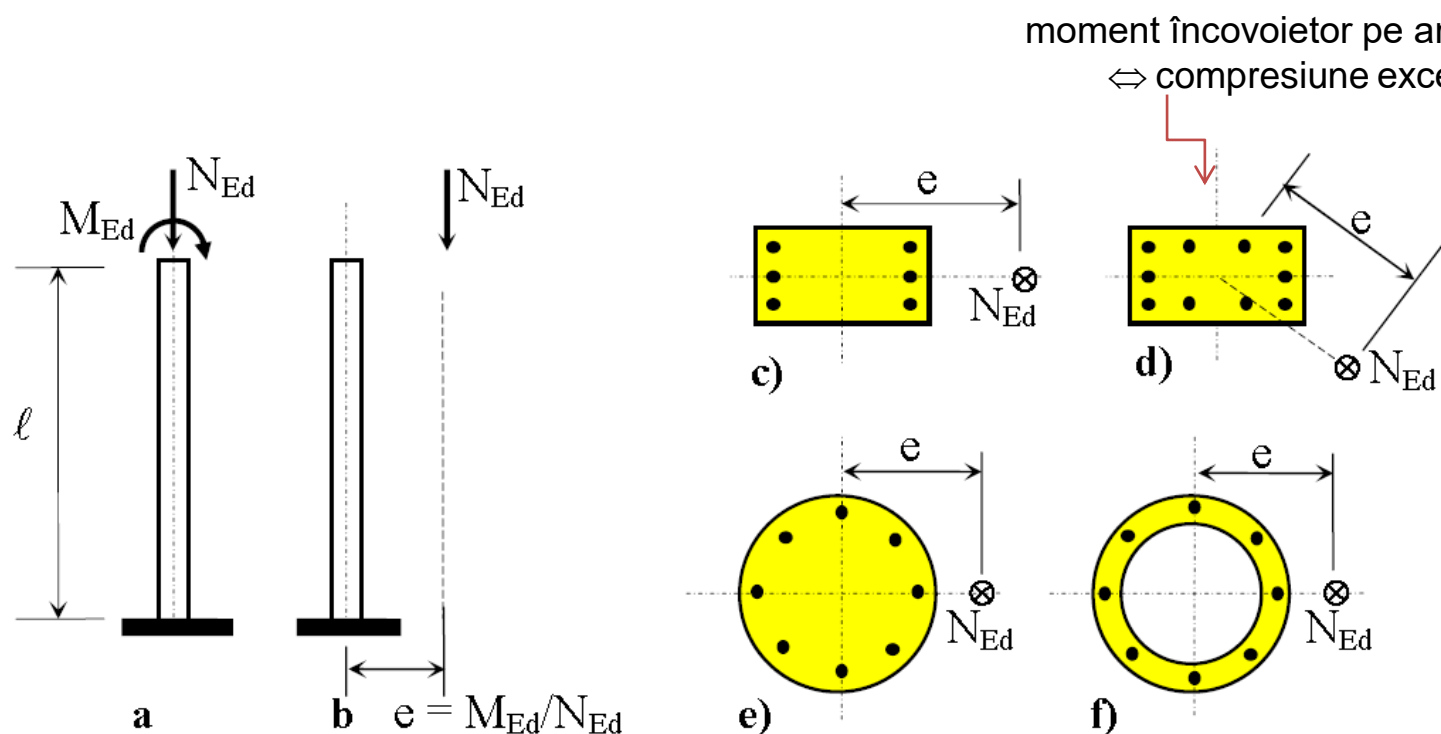
Definitions / Definiții

Elemente preponderent comprimate: stâlpii

- perechea de eforturi $M_{Ed} - N_{Ed}$ poate fi înlocuită cu o forță excentrică N_{Ed} , plasată la distanța $e = M_{Ed} / N_{Ed}$ (e - *excentricitate*) față de centrul de greutate al secțiunii

→ Stâlpii = elemente comprimate excentric

- excentricitate minimă: $e_0 = h / 30 \geq 20mm$



Definitions / Definiții

Elemente preponderent comprimate: stâlpii

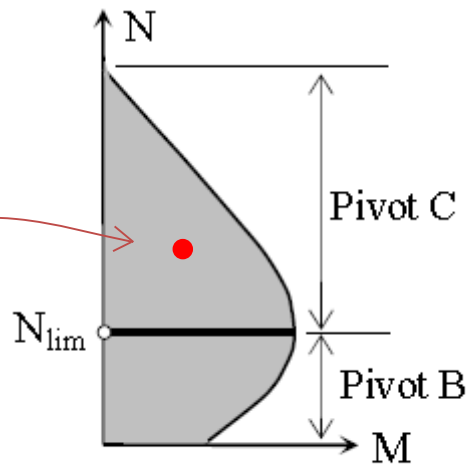
În cazul situației seismice de proiectare, **ductilitatea** este o cerință majoră:

- ductilitate ridicată (clasă **H**) :

$$N_{Ed} \leq 0,45A_c f_{cd} < N_{lim}$$

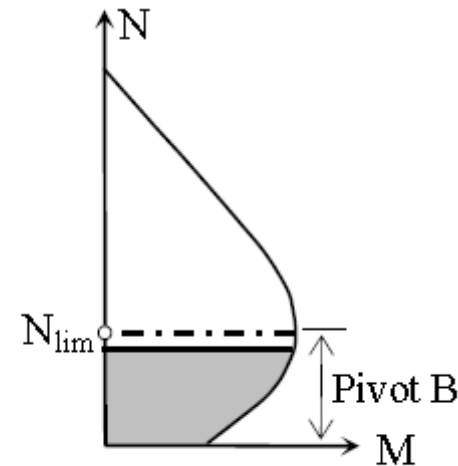
- medie (clasă **M**):

$$N_{Ed} \leq 0,50A_c f_{cd} \approx N_{lim}$$



a) situația persistentă

N_{Ed} și M_{Ed} pot avea orice valoare
(un punct în interiorul curbei)



b) situația seismică

$N_{Ed} < N_{lim}$ **cedare ductilă**
(curgerea armăturii)

9.1 DEFINIȚII

9.2 IMPERFEȚIUNI

9.3 EFECTE DE ORDINUL II.

9.4 ZVELTEȚEA ȘI LUNGIMEA EFECTIVĂ

9.5 INFLUENȚA CURGERII LENTE ȘI CRITERII SIMPLIFICATOARE

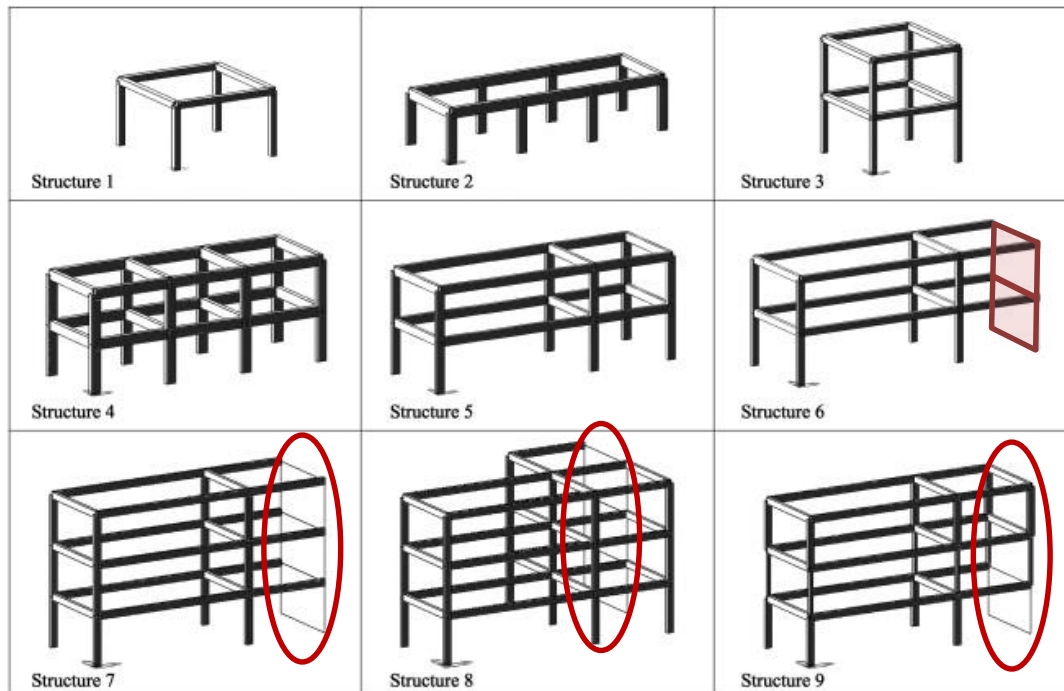
9.6 COMPRESIUNE EXCENTRICĂ DREAPTĂ

9.7 COMPRESIUNE EXCENTRICĂ OBLICĂ

Imperfections / Imperfecțiuni

STÂLPI + GRINZI

→ CADRE

- **Sensibilitate** la deplasări laterale→ **momente** încovoietoare mari în **stâlpi și grinzi**- **Reducerea sensibilității**: pereți din beton armat sau contravântuiri

Imperfections / Imperfecțiuni

Considerarea **eforturilor din imperfecțiuni și din sensibilitatea** structurii:

1. **Efecte de ordinul I:** eforturile determinate **fără** a lua în considerare **deformațiile** structurale, dar incluzând efectele imperfecțiunilor $\rightarrow M_{0Ed}$
2. **Efecte de ordinul II:** **creșteri** ale eforturilor **din cauza deformațiilor** structurale.
3. **Moment încovoietor nominal de ordinul II:** momentul încovoietor total, care ține cont de influența deformațiilor structurale $\rightarrow M_{Ed} = \eta M_{0Ed} \quad (\eta > 1,0)$

Imperfections / Imperfecțiuni

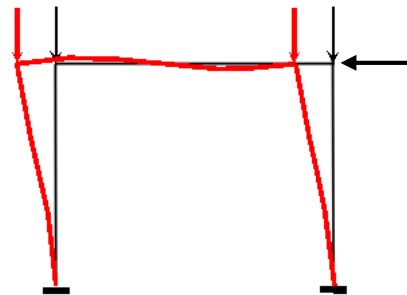
Efectele de ordinul II

a) **deformațiile laterale de nivel**, depinzând de rigiditatea de ansamblu a structurii

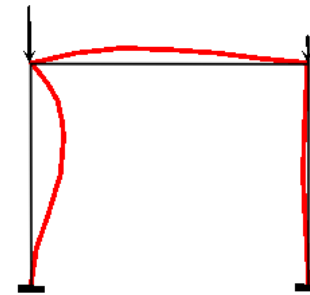
→ structurilor necontravântuite

b) **deformațiile individuale** ale fiecărui element, depinzând de zveltețea elementului respectiv (flambaj)

→ structuri contravântuite (în cazuri particulare și în cele necontravântuite)



a) deformație de nivel



b) deformație individuală

Imperfections / Imperfecțiuni

Flambajul

Flambaj: cedare datorită instabilității unui element la compresiune axială în absența unei încărcări transversale.

Încărcare de flambaj: încărcarea la care se produce flambajul; sinonimul încărcării critice determinate cu formula lui Euler pentru elementele elastice izolate.

Lungimea efectivă: lungimea utilizată pentru evaluarea formei curbe de deformare; de asemenea, ea poate fi definită ca lungime de flambaj, adică lungimea unui stâlp dublu articulată având aceeași secțiune transversală și aceeași încărcare de flambaj ca stâlpul considerat.

Stâlp izolat: element izolat în mod real sau element al unei structuri care poate fi tratat ca izolat din rațiuni de calcul.

Imperfections / Imperfecțiuni

Analiza structurilor trebuie să țină cont de:

- **abaterile în poziția încărcărilor.**

- **imperfecțiunile geometrice** produse în timpul execuției

- dimensiunile secțiunilor

-excentricitatea minimă: $e_0 = h / 30 \geq 20\text{mm} \rightarrow M_{Ed} \geq N_{Ed} e_0$

- geometria de ansamblu a construcției

- pot fi reprezentate printr-o înclinare calculată cu

$$\theta_i = \theta_0 \alpha_h \alpha_m$$

$\theta_0 = 1/200$ valoarea de bază

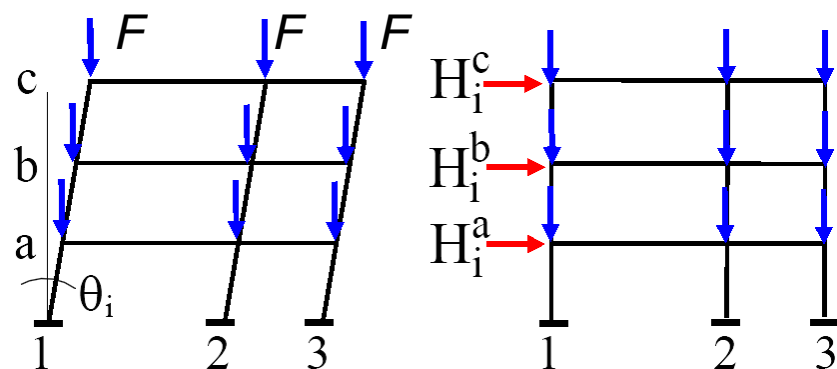
α_h - coef. funcție de lungime stâlp/structură

α_m - coef. funcție de nr. elemente verticale care contribuie

Imperfections / Imperfecțiuni

Analiza structurilor trebuie să țină cont de:

- **abaterile în poziția încărcărilor.**
- **imperfecțiunile geometrice** produse în timpul execuției



$$H_i = \theta_i \Sigma F$$

a) structură necontravântuită

9.1 DEFINIȚII

9.2 IMPERFEȚIUNI

9.3 EFECTE DE ORDINUL II.

9.4 ZVELTEȚEA ȘI LUNGIMEA EFECTIVĂ

9.5 INFLUENȚA CURGERII LENTE ȘI CRITERII SIMPLIFICATOARE

9.6 COMPRESIUNE EXCENTRICĂ DREAPTĂ

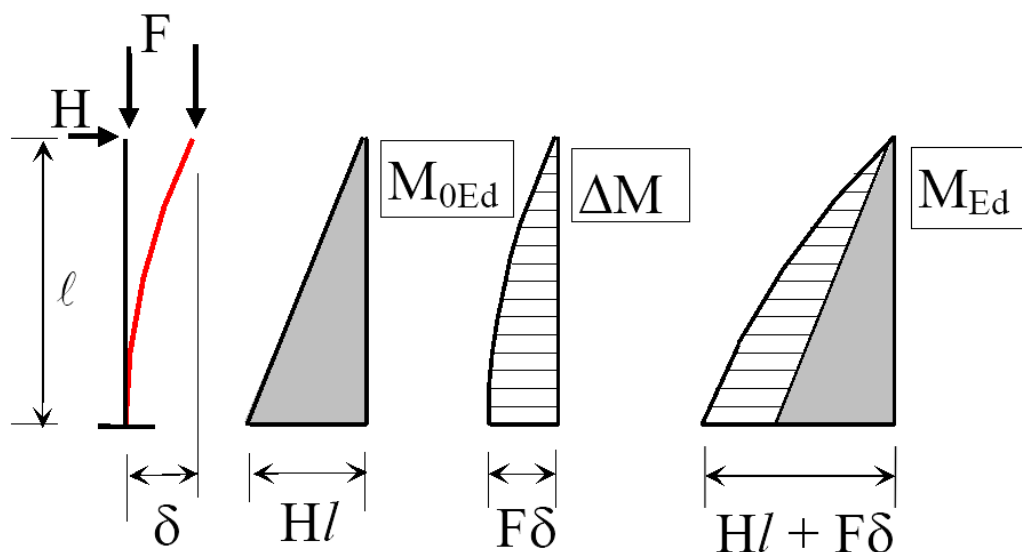
9.7 COMPRESIUNE EXCENTRICĂ OBLICĂ

Second order effects/ Efecte de ordinul II.

În calculul static de ordinul I (analiză liniară) calcul eforturilor se face cu **luarea în considerare a imperfecțiunilor și neglijând deformațiile structurale** $\rightarrow M_{0Ed}$

- Datorită deplasării δ , produsă de forța H , forța F generează diagrama de momente încovoietoare $\Delta M \rightarrow$

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + \Delta M$$



Second order effects/ Efecte de ordinul II.

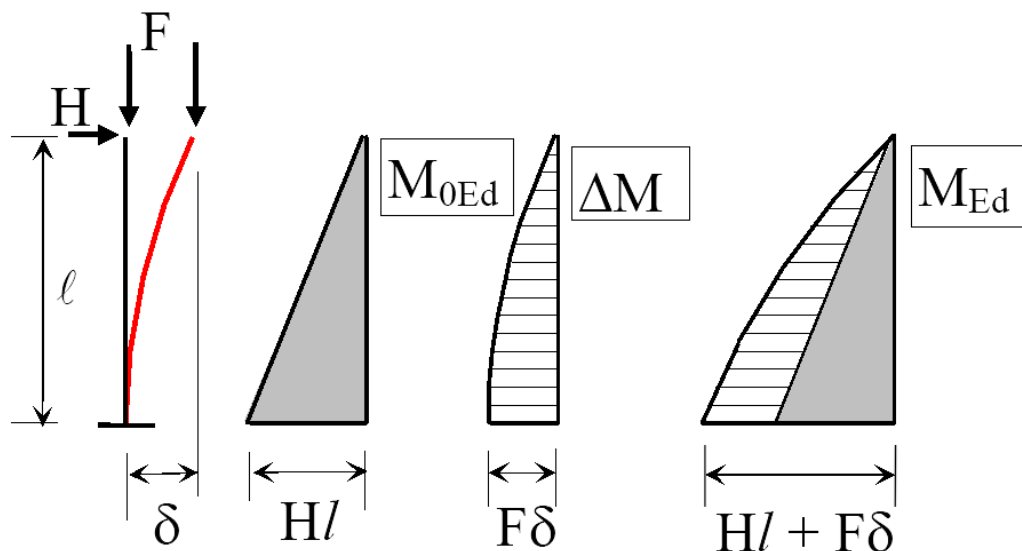
Sensibilitatea la efectele de ordinul II este indicată de **coeficientul de zveltețe** (slenderness)

$$\lambda = l_0/i$$

l_0 - lungimea efectivă de flambaj

i - rază de girație pentru secțiunea de beton nefisurată

$$i = \sqrt{I/A} = h/\sqrt{12} \text{ pt sect. dreptunghiulară}$$

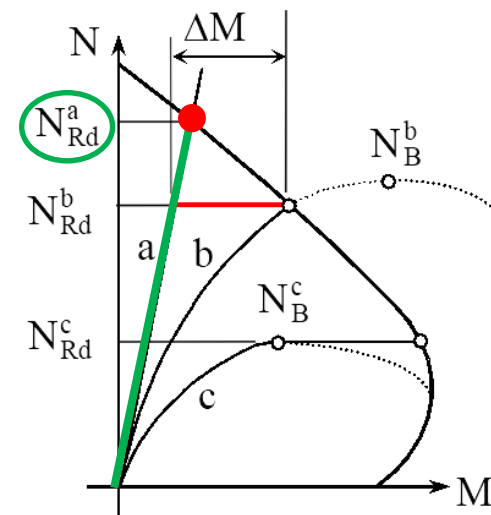
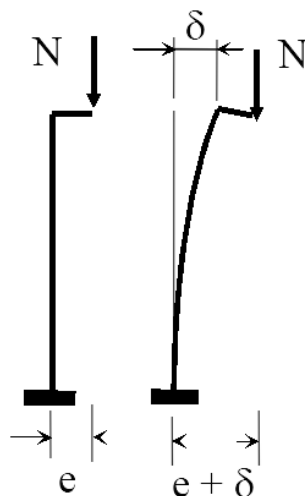


Second order effects/ Efecte de ordinul II.

Pentru **stâlpul** de tip **consolă**, mărirea progresivă a forței excentrice **N** conduce la creșterea momentului încovoietor în secțiunea de încastrare până la cedare

- **Stâlpi scurți**: $\lambda \leq 35 \rightarrow$ efectele de ordinul II sunt neglijabile
- Momentele încovoietoare cresc **proporțional** cu forța axială (a)
- **Deformații** laterale **nesemnificative**
- **Cedarea** elementului se produce prin epuizarea capacității portante **la o forță axială**

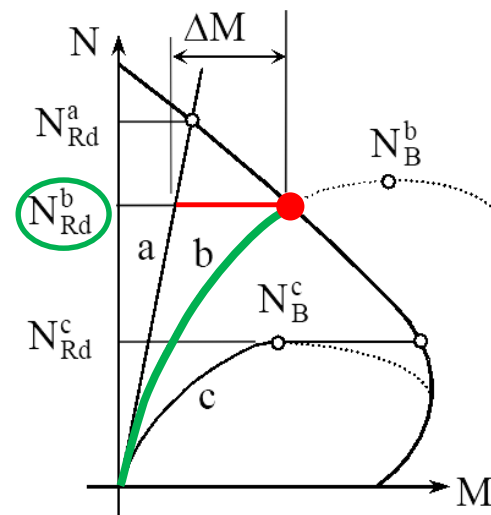
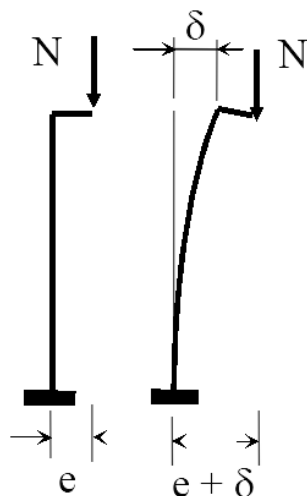
$$N_{Rd}^a$$



Second order effects/ Efecte de ordinul II.

Pentru **stâlpul** de tip **consolă**, mărirea progresivă a forței excentrice **N** conduce la creșterea momentului încovoietor în secțiunea de încastrare până la cedare

- **Stâlpi zvelți** : $35 < \lambda \leq 100 \rightarrow$ efectele de ordinul II **nu pot fi neglijate**.
- **Momentul** încovoietor **crește mai repede** decât **forța axială**, datorită efectelor de ordinul II, reprezentate prin ΔM (b).
- **Deformațiile laterale importante** duc la creșterea momentului încovoietor
(M crește mai repede decât N).
- **Cedarea** elementului se produce prin epuizarea capacității portante la o **forță axială**



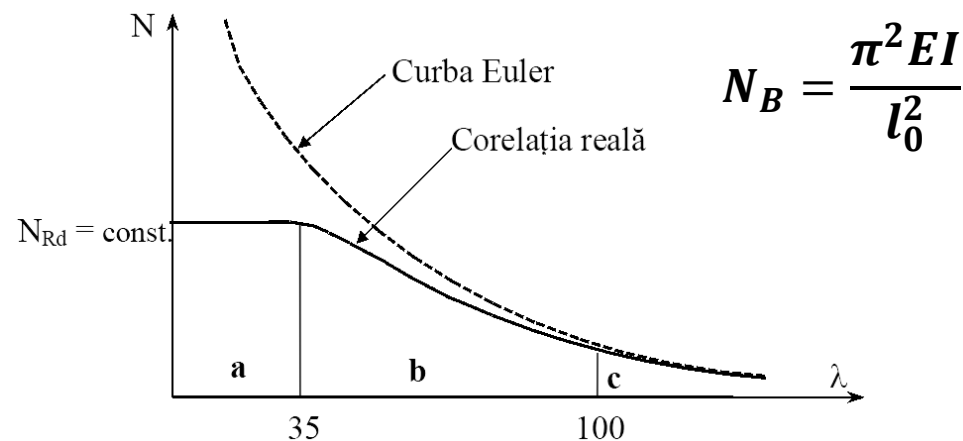
$$N_{Rd}^b < N_B^b$$

N_B – forța axială ce duce la flambaj

Second order effects/ Efecte de ordinul II.

Corelația reală dintre capacitatea portantă N_{Rd} și zveltețea elementelor comprimate din beton armat, comparativ cu corelația teoretică, dată de relația lui Euler

STĂLPI:		
scurți	zvelți	foarte zvelți
CEDAREA STĂLPILOR:		
starea limită ultimă		flambaj



Mărimea efectelor de ordinul II depind de:

- coeficientul de **zveltețe** al elementului, care este funcție de dimensiunile secțiunii transversale, lungimea și conexiunile cu alte elemente
- **fisurarea** tuturor elementelor structurii;
- **curgerea lentă** a betonului;
- comportamentul **neliniar al materialelor**.

→ Evaluarea efectelor de ordinul II este o **problemă dificilă** având în vedere factorii enumerați

→ se urmărește (simplificat), posibilitatea **neglijării acestor efecte**

9.1 DEFINIȚII

9.2 IMPERECȚIUNI

9.3 EFECTE DE ORDINUL II.

9.4 ZVELTEȚEA ȘI LUNGIMEA EFECTIVĂ

9.5 INFLUENȚA CURGERII LENTE ȘI CRITERII SIMPLIFICATOARE

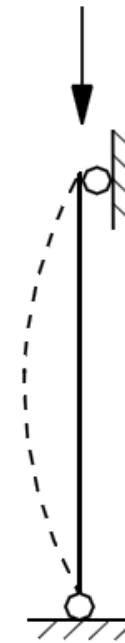
9.6 COMPRESIUNE EXCENTRICĂ DREAPTĂ

9.7 COMPRESIUNE EXCENTRICĂ OBLICĂ

Slenderness and effective length / Zveltețea și lungimea efectivă

Coeficientul de zveltețe

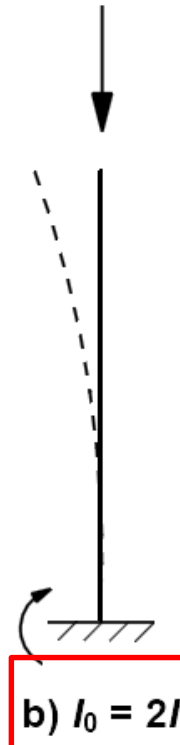
$$\lambda = l_0 / i$$

 l_0 - lungimea efectivă de flambaj i - rază de girație pentru secțiunea de beton nefisuratăa) stâlp în **structură contravântuită dublu articulată** → neutilizat în structuri în zone seismicea) $l_0 = l$

Slenderness and effective length / Zveltețea și lungimea efectivă

Coeficientul de zveltețe

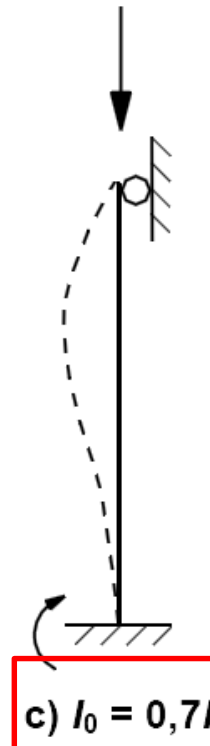
$$\lambda = l_0 / i$$

 l_0 - lungimea efectivă de flambaj i - rază de girație pentru secțiunea de beton nefisuratăb) stâlp în **structură prefabricată parter necontravântuită**

Slenderness and effective length / Zveltețea și lungimea efectivă

Coeficientul de zveltețe

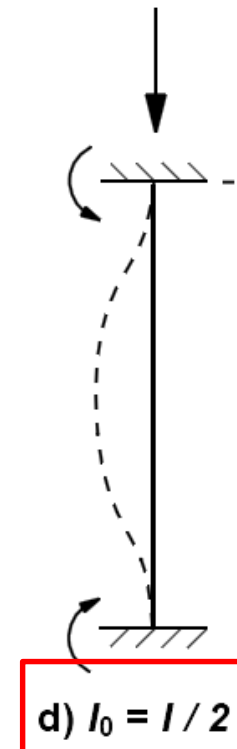
$$\lambda = l_0 / i$$

 l_0 - lungimea efectivă de flambaj i - rază de girație pentru secțiunea de beton nefisuratăc) stâlp în structură prefabricată parter **contravântuită**

Slenderness and effective length / Zveltețea și lungimea efectivă

Coeficientul de zveltețe

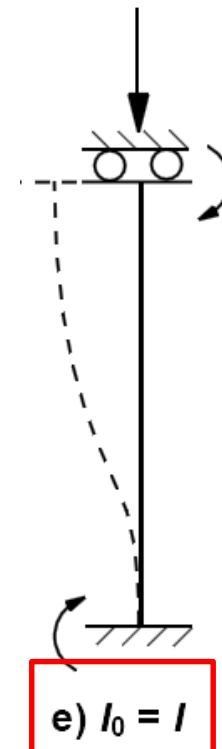
$$\lambda = l_0 / i$$

 l_0 - lungimea efectivă de flambaj i - rază de girație pentru secțiunea de beton nefisuratăd) stâlp în **structură contravântuită**. Nod inferior: fundație sau riglă rigidă. Nod superior: riglă rigidă.

Slenderness and effective length / Zveltețea și lungimea efectivă

Coeficientul de zveltețe

$$\lambda = l_0 / i$$

 l_0 - lungimea efectivă de flambaj i - rază de girație pentru secțiunea de beton nefisuratăe) stâlp în **structură necontravântuită** cu **legături** inferioare și superioare **rigide**.

Slenderness and effective length / Zveltețea și lungimea efectivă

Coeficientul de zveltețe

$$\lambda = l_0 / i$$

 l_0 - lungimea efectivă de flambaj

 i - rază de girație pentru secțiunea de beton nefisurată

f) stâlp în **structură contravântuită** cu rigle cu dimensiuni normale care permit **rotiri de noduri**.



f) $l/2 < l_0 < l$

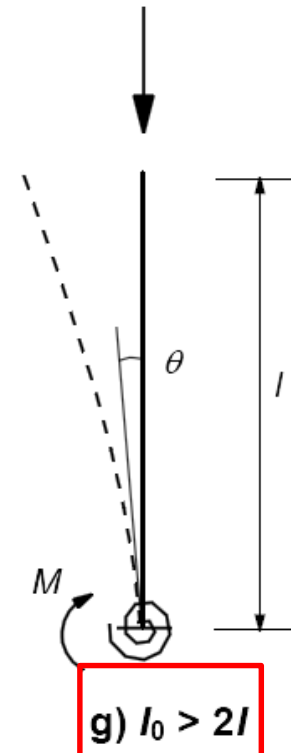
Slenderness and effective length / Zveltețea și lungimea efectivă

Coeficientul de zveltețe

$$\lambda = l_0/i$$

 l_0 - lungimea efectivă de flambaj i - rază de girație pentru secțiunea de beton nefisurată

g) stâlp tip consolă la ultimul nivel al construcției, nodul inferior al stâlpului putându-se roti;
stâlp al unei structuri parter la care sunt posibile rotiri ale fundației



Slenderness and effective length / Zveltețea și lungimea efectivă

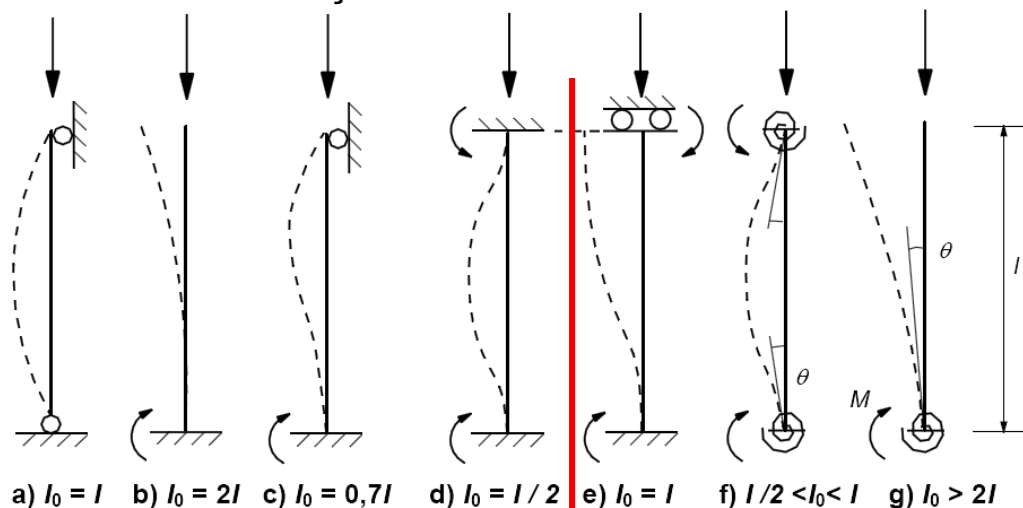
Coeficientul de zveltețe

$$\lambda = l_0 / i$$

l_0 - lungimea efectivă de flambaj

i - rază de girație pentru secțiunea de beton nefisurată

- stâlp în structură contravântuită dublu articulată → neutilizat în structuri în zone seismice
- stâlp în structură prefabricată parter necontravântuită
- stâlp în structură prefabricată parter contravântuită
- stâlp în structură contravântuită. Nod inferior: fundație sau riglă rigidă. Nod superior: riglă rigidă.
- stâlp în structură necontravântuită cu legături inferioare și superioare rigide.
- stâlp în structură contravântuită cu rigle cu dimensiuni normale care permit rotiri de noduri.
- stâlp tip consolă la ultimul nivel al construcției, nodul inferior al stâlpului putându-se roti; stâlp al unei structuri parter la care sunt posibile rotiri ale fundației

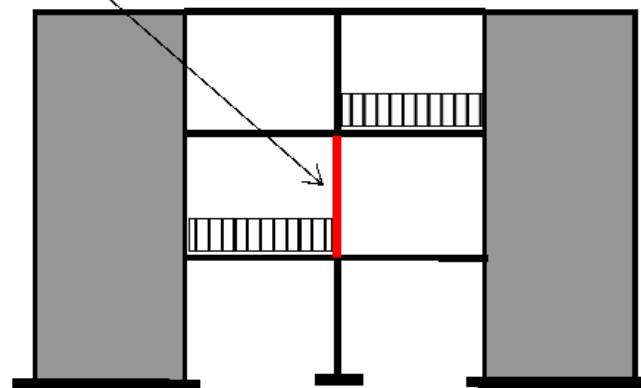


Slenderness and effective length / Zveltețea și lungimea efectivă

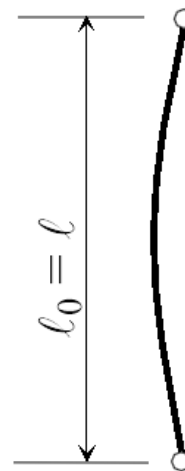
Structură contravântuită

$$\lambda = l_0 / i$$

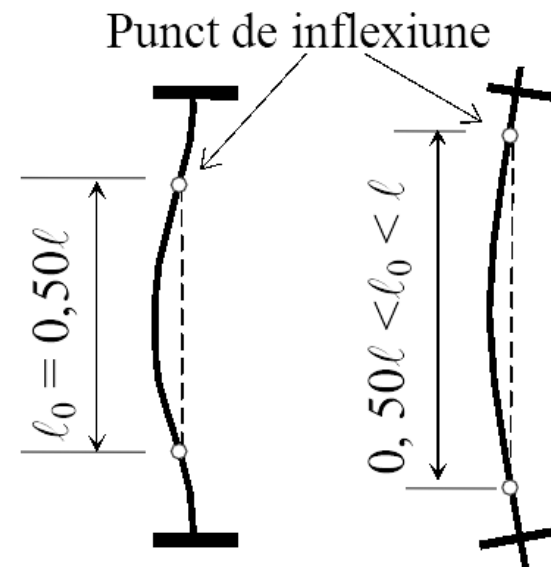
Stâlpul analizat



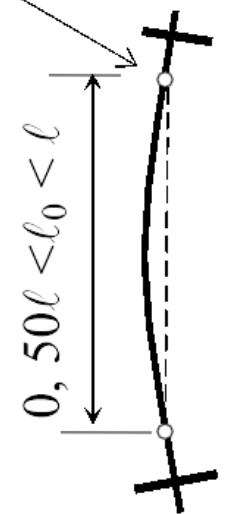
a) schema structurii



b) stâlp dublu articulat



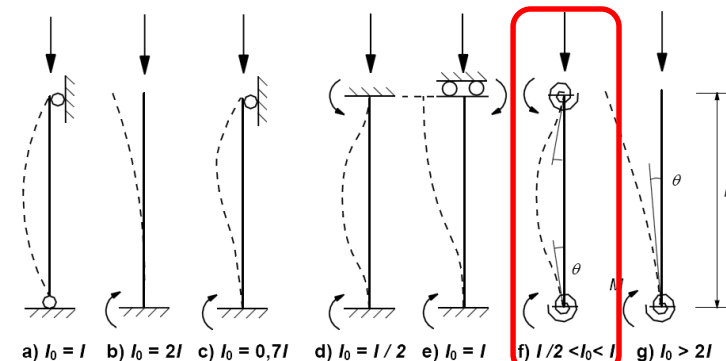
c) stâlp dublu încastrat



d) stâlp real

$$l_0 = 0,5l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)}$$

k_1, k_2 - flexibilitățile relative la rotire ale celor două capete ale elementului

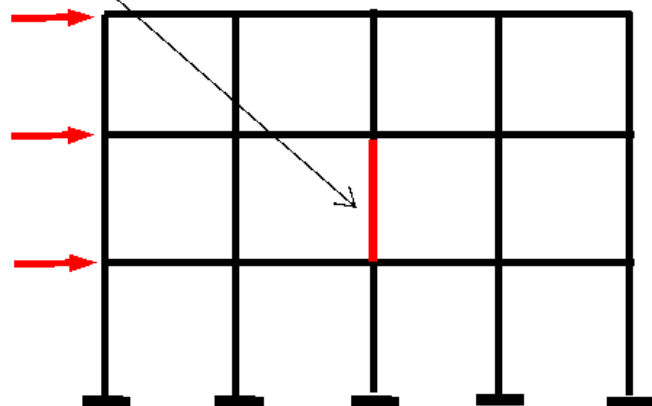


Slenderness and effective length / Zveltețea și lungimea efectivă

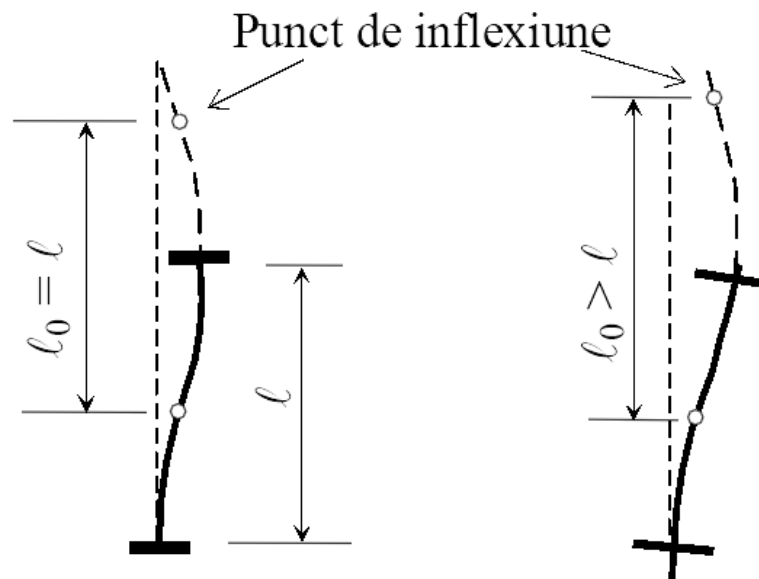
Structură necontravântuită

$$\lambda = l_0 / i$$

Stâlpul analizat



a) schema structurii

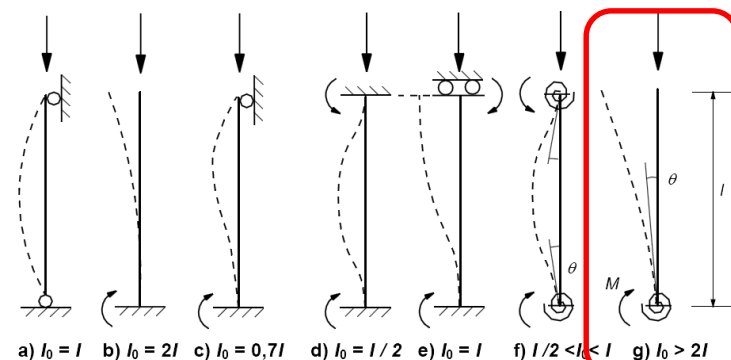


b) stâlp dublu încastrat cu deplasări libere

c) stâlp real

$$l_0 = l \cdot \max \left\{ \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}} ; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1} \right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2} \right) \right\}$$

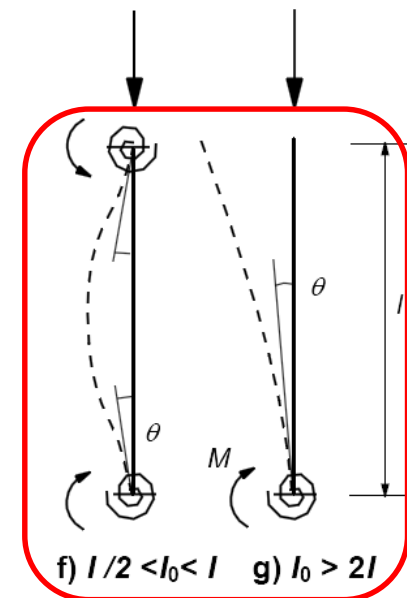
k_1, k_2 - flexibilitățile relative la rotire ale celor două capete ale elementului

a) $l_0 = l$ b) $l_0 = 2l$ c) $l_0 = 0.7l$ d) $l_0 = l/2$ e) $l_0 = l$ f) $l/2 < l_0 < l$ g) $l_0 > 2l$

Slenderness and effective length / Zveltețea și lungimea efectivă

Flexibilitatea relativă la rotire (k_1, k_2)

$$k = \frac{\theta}{M} \frac{EI}{l}$$

 θ - rotirea elementelor care influențează rotirea stâlpului (din programe) EI - rigiditatea la încovoiere a stâlpului l - înălțimea liberă a elementului între legăturile de capăt

Pentru **cadrele contravântuite**, dacă rigiditatea stâlpului adiacent nu diferă cu mai mult de 15% față de cea mai mare rigiditate, coeficientul k se poate estima ca raportul dintre rigiditatea stâlpului și suma rigidităților riglelor adiacente nodului respectiv

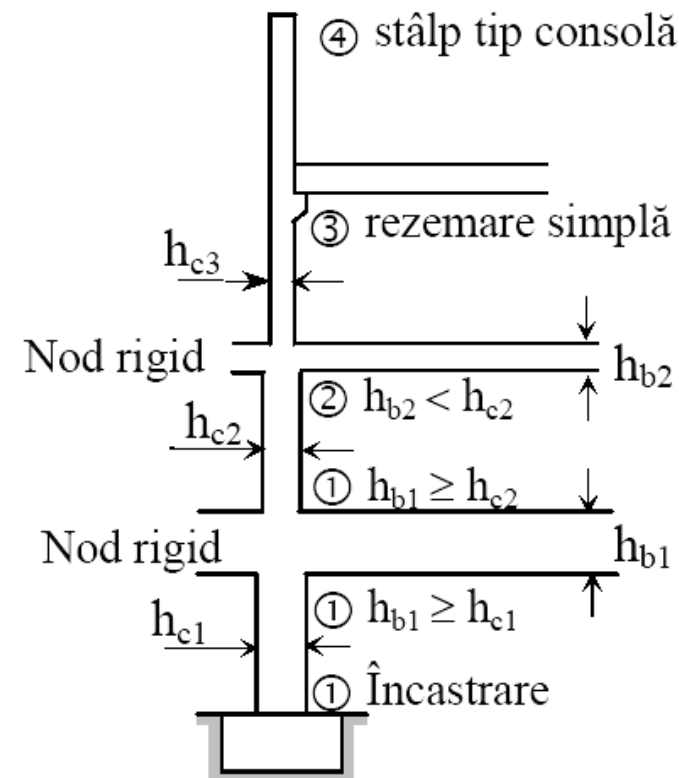
$$k = \frac{(EI)_c}{\Sigma 2(EI/l)_b} \geq 0.1$$

stâlp
grindă

Slenderness and effective length / Zveltețea și lungimea efectivă

Evaluare preliminară

$$l_0 = \beta \cdot l$$



Condiția de rezemare la partea superioară	Condiția de rezemare la partea inferioară		
	1	2	3
Stâlpii cadrelor contravântuite			
1	0,75	0,80	0,90
2	0,80	0,85	0,95
3	0,90	0,95	1,00
Stâlpii cadrelor necontravântuite			
1	1,2	1,3	1,6
2	1,3	1,5	1,8
3	1,6	1,8	-
4	2,2	-	-

- 1 – stâlp încadrat în fundație sau legat monolit de o grindă cu dimensiunile secțiunii transversale cel puțin egale cu dimensiunea secțiunii stâlpului în direcția considerată;
- 2 – stâlpul este legat monolit de o placă sau de o grindă cu dimensiunile secțiunii transversale mai mici decât dimensiunea secțiunii stâlpului în direcția considerată;
- 3 – stâlpul este legat de elemente care nu sunt proiectate să împiedice rotirea capătului stâlpului dar care totuși au o anumită capacitate de împiedicare a rotirii;
- 4 – capătul stâlpului este liber.

Slenderness and effective length / Zveltețea și lungimea efectivă

Cazul stâlpilor la care în lungul elementului variază forța axială și/sau secțiunea transversală

-din relația lui Euler $\rightarrow N_B = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2} \rightarrow l_0 = \pi \sqrt{\frac{EI_{repr}}{N_B}}$

unde:

- EI_{repr} - valoarea reprezentativă a rigidității la încovoiere a stâlpului;
 N_B - încărcarea de flambaj, corespunzătoare rigidității EI_{repr} , determinată prin metode numerice sau cu programe de calcul

9.1 DEFINIȚII

9.2 IMPERECȚIUNI

9.3 EFECTE DE ORDINUL II.

9.4 ZVELTEȚEA ȘI LUNGIMEA EFECTIVĂ

**9.5 INFLUENȚA CURGERII LENTE ȘI CRITERII
SIMPLIFICATOARE**

9.6 COMPRESIUNE EXCENTRICĂ DREAPTĂ

9.7 COMPRESIUNE EXCENTRICĂ OBLICĂ

Influence of creep / Influența curgerii lente

Pentru un stâlp excentricitatea inițială e crește cu δ datorită flexibilității elementului. Sub efectul curgerii lente această deformația se mărește cu

$$\delta_{\varphi} = \varphi \delta$$

φ - coeficientul curgerii lente.

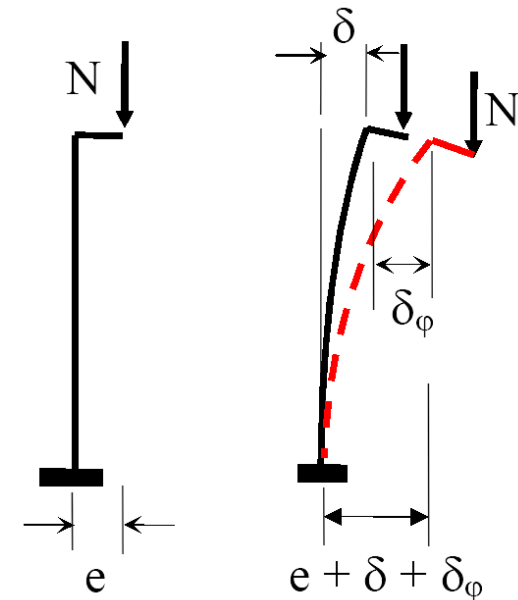
→ deformația totală la vârful stâlpului = $(1 + \varphi) \delta$

Momentul încovoietor de ordinul I

$$M_{0Ed} = N_{Ed} \cdot e$$

Momentul încovoietor sub efectul zvelteții și a curgerii lente

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + N_{Ed}(1 + \varphi)\delta$$



Simplifying criteria for 2nd order effects / Criterii simplificatoare pentru efecte de ordinul II

Efectele de ordinul II pot fi neglijate, dacă:

1) Eforturile secționale le depășesc pe cele din calculul de ordinul I cu mai puțin de 10%



$$M_{Ed} \leq 1,1 M_{0Ed}$$

↑
↑
necunoscut
necunoscut
😊
😊

2) $\lambda \leq \lambda_{lim}$

unde $\lambda_{lim} = 20ABC / \sqrt{n}$

A = coef. în funcție de fluaj; se poate accepta $A = 0,7$;

B = coef. în funcție de ω ; se poate accepta $B = 1,1$;

C = coef. în funcție de momente de ord. I.; se poate accepta $C = 0,7$

$n = N_{Ed} / A_c f_{cd}$ – valoarea relativă a forței axiale

Simplifying criteria for 2nd order effects / Criterii simplificatoare pentru efecte de ordinul II

Efectele de ordinul II pot fi neglijate, dacă:

$$3) F_{V,Ed} \leq k_1 \frac{n_s}{n_s + 1.6} \frac{\Sigma E_{cd} I_c}{L^2}$$

unde

- $F_{V,Ed}$ - forța verticală totală
- n_s - numărul de niveluri
- L - înălțimea totală a clădirii, măsurată de la secțiunea de încastrare în fundație
- E_{cd} - valoarea de calcul a modulului de elasticitate al betonului
- I_c - momentul de inerție al secțiunilor nefisurate ale elementelor de contravântuire
- k_1 - coef. în funcție de tipul contravântuirilor

Simplifying criteria for 2nd order effects / Criterii simplificatoare pentru efecte de ordinul II

Efectele de ordinul II pot fi neglijate, dacă:

4) Dacă la toate nivelurile este îndeplinită condiția:

$$\theta = \frac{P_{tot} d_r}{V_{tot} h} \leq 0.10$$

unde:

θ - coeficientul de sensibilitate al deplasării relative de nivel

P_{tot} - încărcarea verticală totală la nivelul considerat și de la cele de deasupra, în ipoteza de calcul seismic

V_{tot} - forța tăietoare totală de etaj

h - înălțimea etajului

d_r - deplasarea relativă de nivel, determinată ca diferența între deplasările laterale medii de la partea superioară și cele de la cea inferioară a nivelului considerat

$$d_r = cq d_e \leq d_{r,a}^{USL}$$

c - factorul de amplificare a deplasărilor

q - factorul de comportare specific tipului de structură

d_e - deplasarea din calculul static elastic sub acțiunea seismică de proiectare cu $0,5E_I$

$$d_{r,a}^{USL} = 0.025h \quad - \text{valoare admisibilă a deplasării relative de nivel}$$

Simplifying criteria for 2nd order effects / Criterii simplificatoare pentru efecte de ordinul II

Efectele de ordinul II pot fi neglijate, dacă:

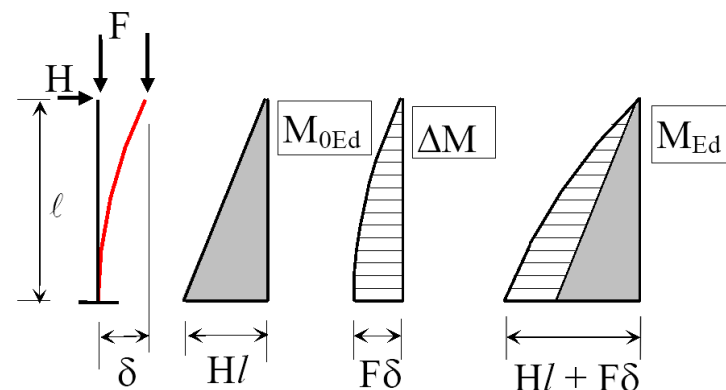
4) Dacă la toate nivelurile este îndeplinită condiția:

$$\theta = \frac{P_{tot} d_r}{V_{tot} h} \leq 0.10$$

- Dacă $0,1 < \theta \leq 0,2$

efectele de ordinul 2 pot fi luate în considerare în mod aproximativ, multiplicând valorile de calcul ale eforturilor cu factorul $1/(1-\theta)$.

$$M_{Ed} = \frac{1}{1-\theta} M_{0Ed}$$



- Dacă $0,2 < \theta < 0,3$

determinarea valorilor eforturilor secționale se face pe baza unui calcul structural cu considerarea echilibrului pe poziția deformată a structurii (calcul neliniar, care să țină cont și de efectele ordinul 2)

- Nu se admit valori $\theta \geq 0,3$

9.1 DEFINIȚII

9.2 IMPERFEȚIUNI

9.3 EFECTE DE ORDINUL II.

9.4 ZVELTEȚEA ȘI LUNGIMEA EFECTIVĂ

9.5 INFLUENȚA CURGERII LENTE ȘI CRITERII SIMPLIFICATOARE

9.6 COMPRESIUNE EXCENTRICĂ DREAPTĂ

9.7 COMPRESIUNE EXCENTRICĂ OBLICĂ

Prevailing bending with compression / Compresiune excentrică dreaptă

Elementele comprimate excentric se realizează cu **armare simetrică** ($A_{s1} = A_{s2} = A_s$)

→ momente încovoietoare alternante apropiate ca mărime

→ se evită montarea greșită a carcusei de armătură

Cedarea secțiunii depinde de corelația care există între $M - N$:

Cazul I: curgerea armăturii întinse A_{s1} , urmată de **zdrobirea betonului** comprimat; efortul unitar în armătura comprimată A_{s2} depinde de poziția acesteia în raport cu axa neutră.

Cazul II: zdrobirea betonului comprimat și curgerea armăturii comprimate A_{s2} dar fără curgerea armăturii A_{s1} ; în funcție de extensia zonei comprimate efortul unitar în această armătură poate fi de întindere sau de compresiune

→ **situație nepermisă în proiectare pentru situații seismice!**

Prevailing bending with compression / Compresiune excentrică dreaptă

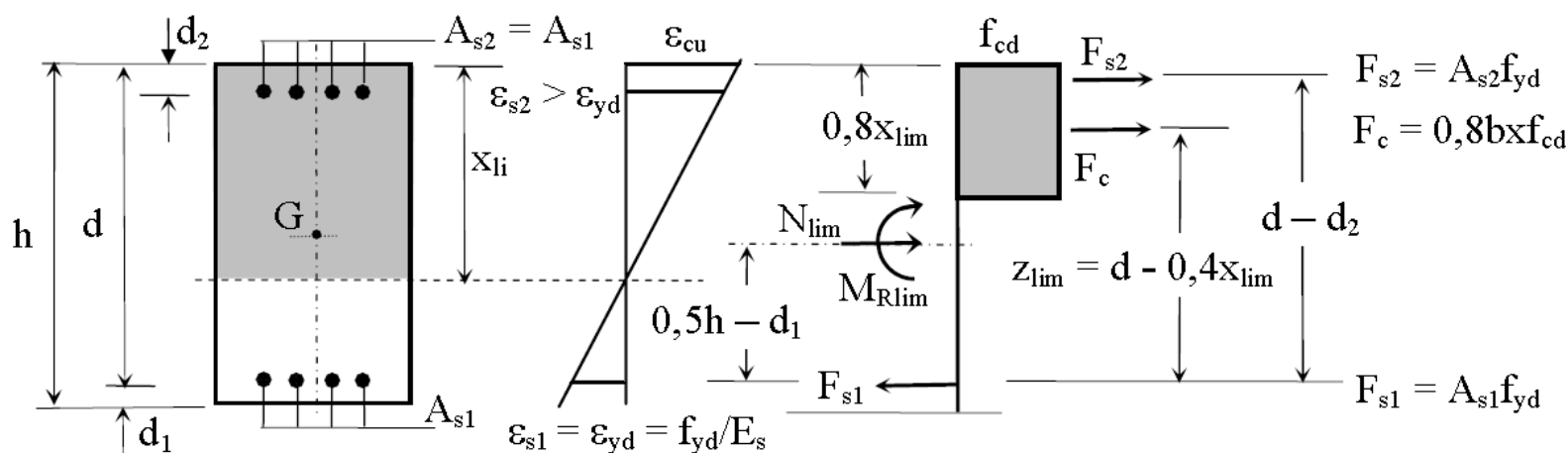
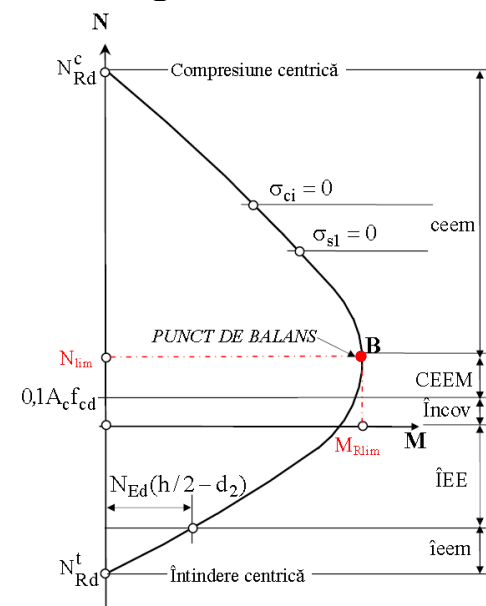
→ Separarea celor două cazuri = **situația de balans (B)**: începutul curgerii armăturii întinse simultan cu zdrobirea betonului comprimat

$$\xi_{lim} = \frac{x_{lim}}{d} = \frac{3.5}{3.5 + 1000f_{yd}/E_s}$$

Forța axială de compresiune corespunzătoare stării de balans:

$$N_{lim} = F_c + F_{s2} - F_{s1} \quad \text{unde} \quad F_{s1} = F_{s2}$$

$$\Rightarrow N_{lim} = F_c = 0.8bx_{lim}f_{cd} = 0.8\xi_{lim}bdf_{cd}$$



Prevailing bending with compression / Compresiune excentrică dreaptă

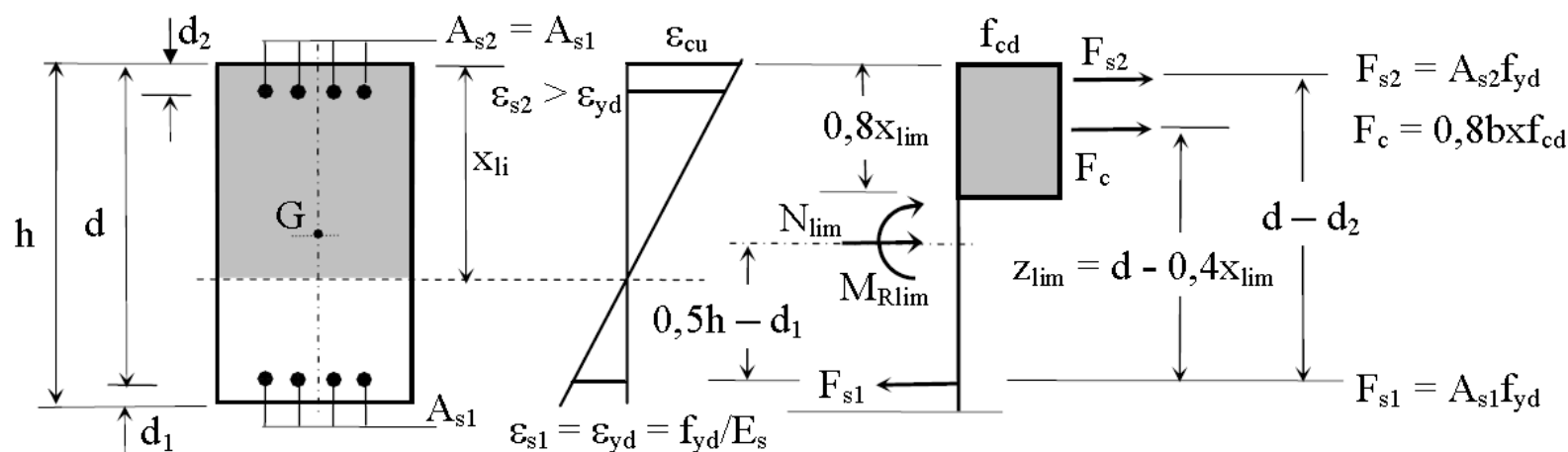
Momentul încovoietor (în raport cu A_{s1}), corespunzător stării de balans:

$$M_{Rlim} + N_{lim} (0.5h - d_1) = F_c z_{lim} + F_{s2} (d - d_2)$$

$$M_{Rlim} + N_{lim} (0.5h - d_1) = 0.8bx_{lim} f_{cd} + F_{s2} (d - d_2)$$

$$M_{Rlim} + N_{lim} (0.5h - d_1) = 0.8\xi_{lim} (1 - 0.4\xi_{lim}) bd^2 f_{cd} + F_{s2} (d - d_2)$$

$$\Rightarrow M_{Rlim} = \mu bd^2 f_{cd} + A_{s2} f_{yd} (d - d_2) - N_{lim} (0.5h - d_1)$$



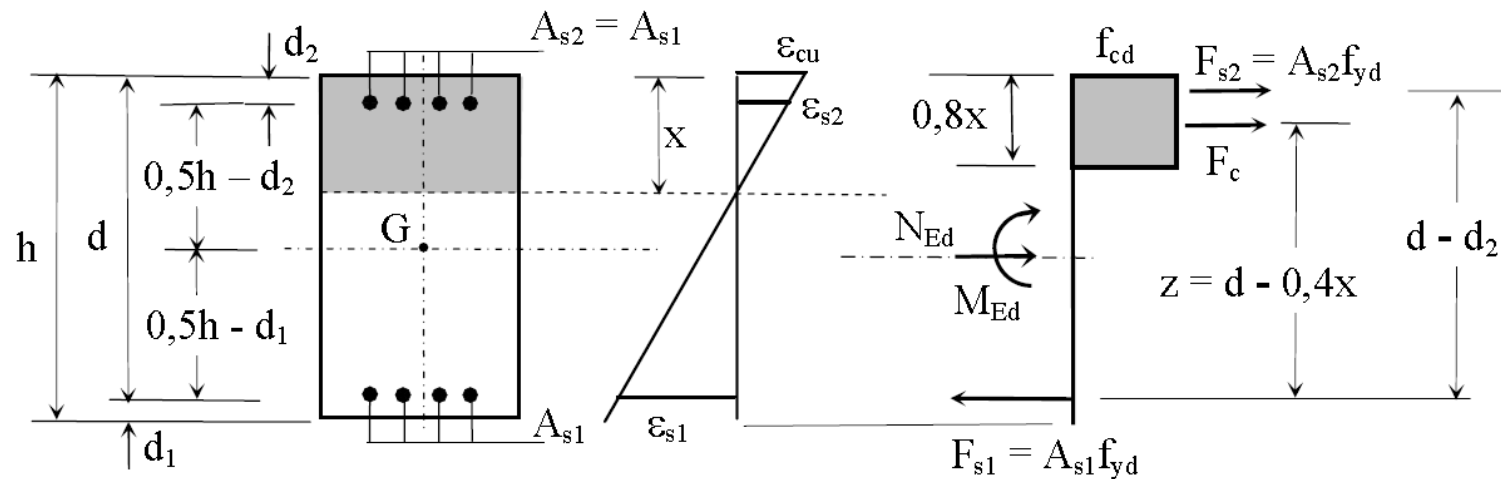
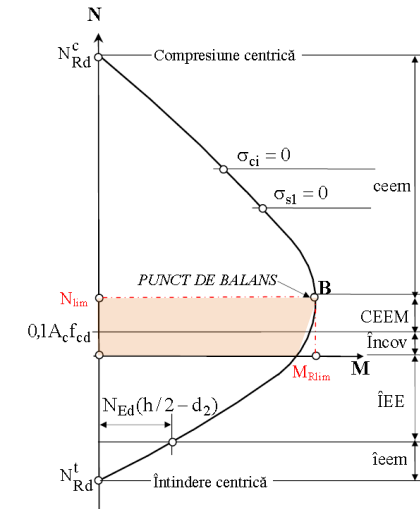
Prevailing bending with compression / Compresiune excentrică dreaptă

Cazul I: armătura întinsă A_{s1} curge

$$\xi \leq \xi_{lim} \Leftrightarrow N_{Ed} \leq N_{lim}$$

-Dacă $x \geq \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{yd}} d_2 \Rightarrow \sigma_{s2} = f_{yd} \Leftrightarrow$ armătura curge

-Dacă $x < \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{yd}} d_2 \Rightarrow \sigma_{s2} < f_{yd} \Leftrightarrow$ armătura nu curge



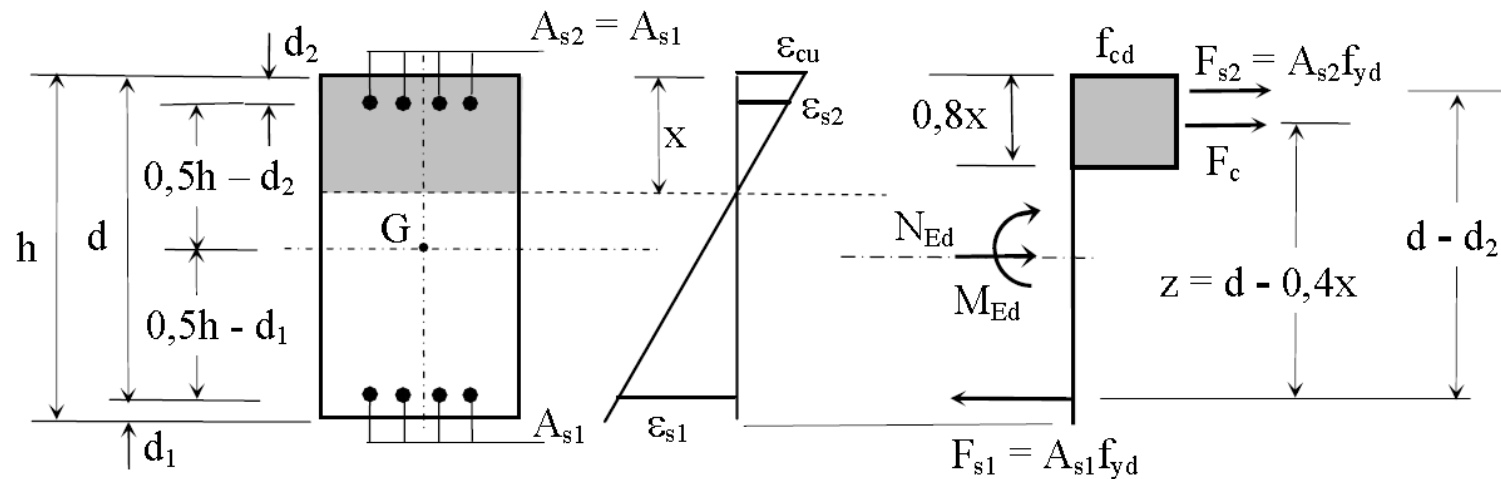
Prevailing bending with compression / Compresiune excentrică dreaptă

Cazul I: armătura întinsă A_{s1} curgePentru situația când și A_{s2} curge:

$$N_{Ed} = F_c + F_{s2} - F_{s1}$$

unde $F_{s1} = F_{s2} \Rightarrow N_{Ed} = F_c = 0.8bx_{lim}f_{cd}$

$$\Rightarrow x = \frac{N_{Ed}}{0.8bf_{cd}}$$



Prevailing bending with compression / Compresiune excentrică dreaptă

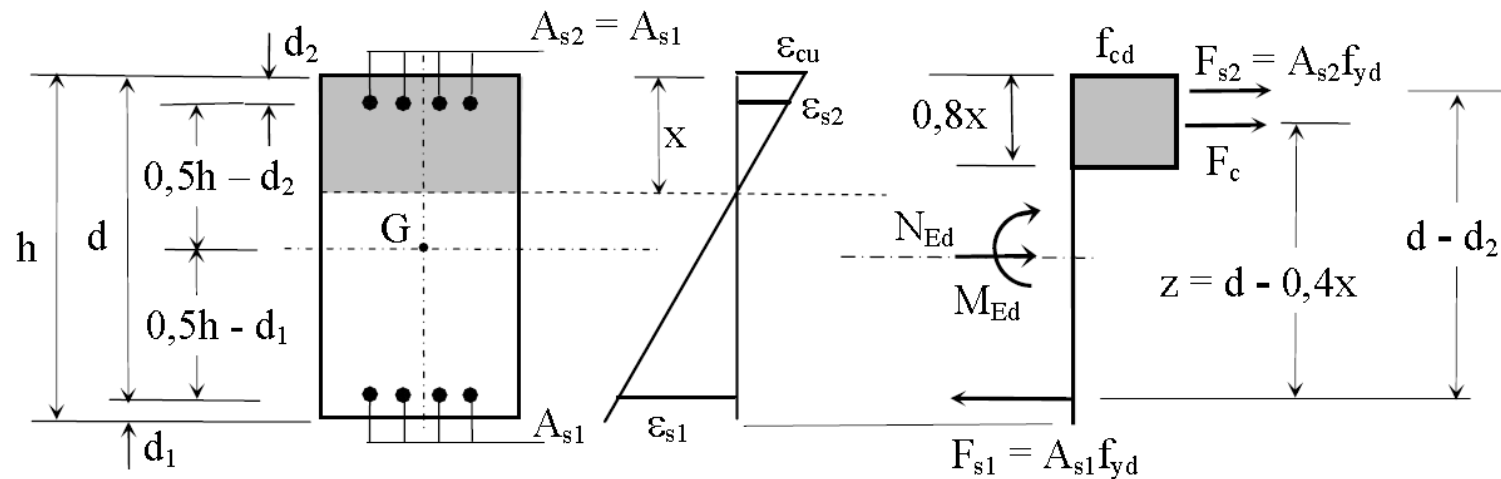
Cazul I: armătura întinsă A_{s1} curge

Dacă $x \geq \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{yd}} d_2$ \Rightarrow ecuația se scrie în raport cu F_{s1}
 (A_{s2} curge)

$$\Rightarrow M_{Ed} + N_{Ed}(0.5h - d_1) = F_c z + F_{s2}(d - d_2) \quad \text{iar } N_{Ed} = F_c$$

$$\Rightarrow M_{Ed} + N_{Ed}(0.5h - d_1) = N_{Ed}(d - 0.4x) + F_{s2}(d - d_2)$$

$$M_{Ed} = N_{Ed}(d - 0.4x) - N_{Ed}(0.5h - d_1) + F_{s2}(d - d_2) \quad \text{unde } d = h - d_1$$



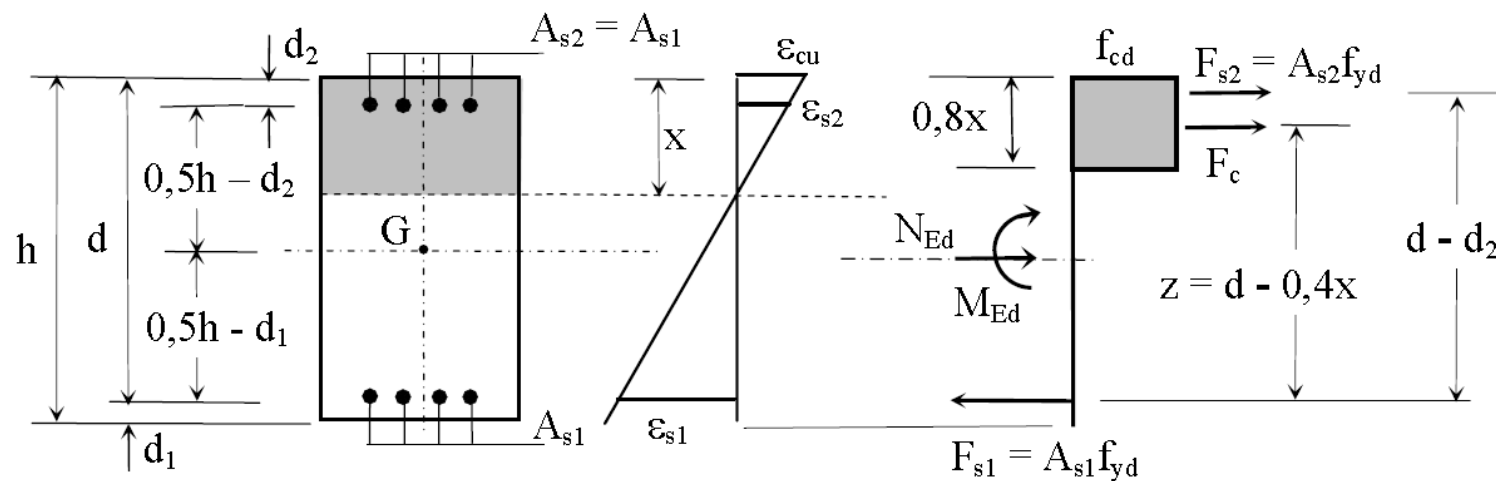
Prevailing bending with compression / Compresiune excentrică dreaptă

Cazul I: armătura întinsă A_{s1} curge

$$\Rightarrow M_{Ed} = N_{Ed}(h - d_1 - 0.4x - 0.5h + d_1) + F_{s2}(d - d_2)$$

$$\Rightarrow M_{Ed} = N_{Ed}(0.5h - 0.4x) + A_{s2}f_{yd}(d - d_2)$$

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} = N_{Ed}(0.5h - 0.4x) + A_{s2}f_{yd}(d - d_2)$$



Prevailing bending with compression / Compresiune excentrică dreaptă

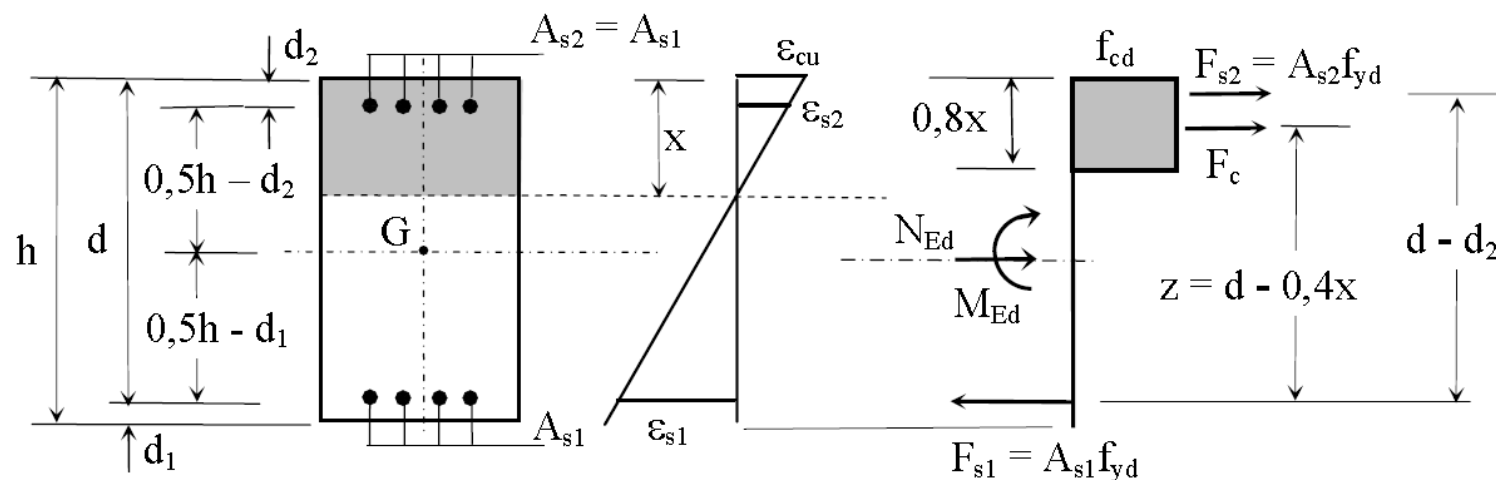
Cazul I: armătura întinsă A_{s1} curge

Dacă $x < \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{yd}} d_2$ \Rightarrow ecuația se scrie în raport cu F_{s2}
 (acceptând ca F_c acționează la nivelul F_{s2})
 (A_{s2} nu curge)

$$\Rightarrow M_{Ed} - N_{Ed}(0.5h - d_2) = F_{s1}(d - d_2)$$

$$\Rightarrow M_{Ed} = A_{s1}f_{yd}(d - d_2) + N_{Ed}(0.5h - d_2)$$

$$\Rightarrow M_{Ed} \leq M_{Rd} = A_{s1}f_{yd}(d - d_2) + N_{Ed}(0.5h - d_2)$$



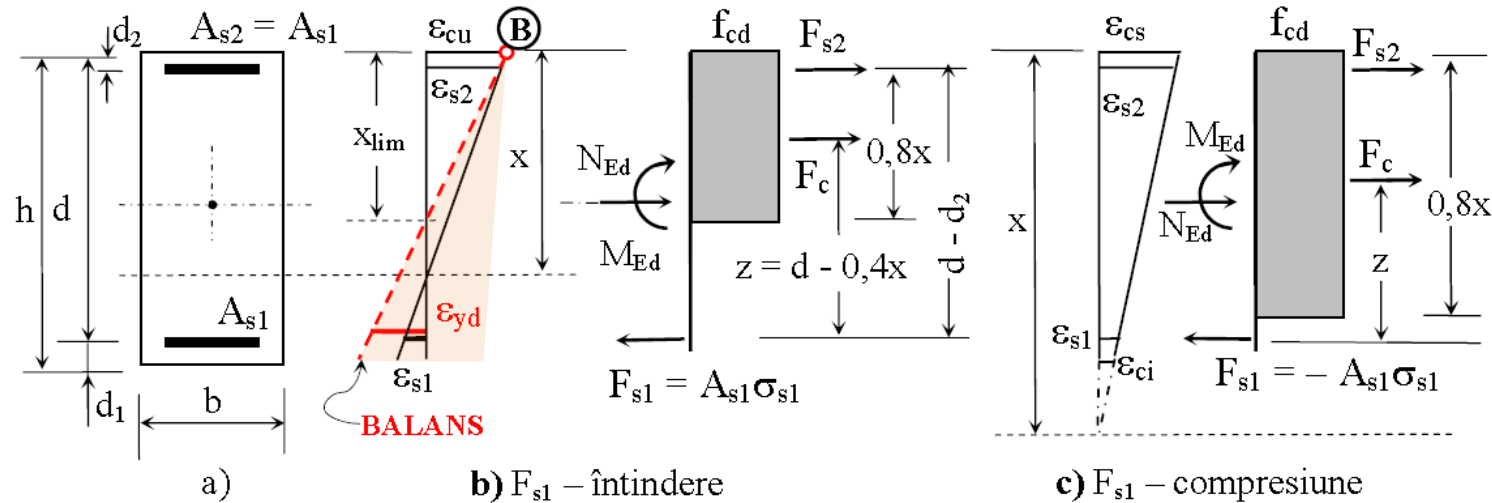
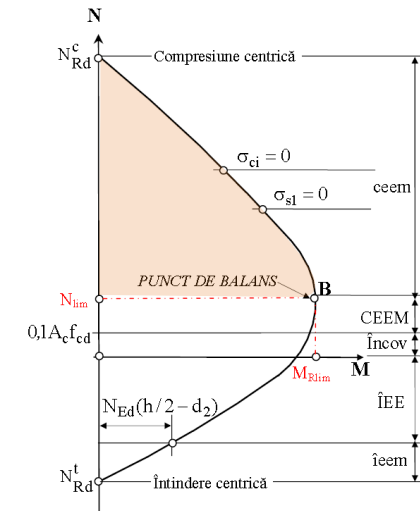
Prevailing bending with compression / Compresiune excentrică dreaptă

Cazul II: armătura întinsă A_{s1} nu curge \Leftrightarrow

$$N_{Ed} > N_{lim}$$

\Rightarrow efortul unitar în armătura A_{s1} nu este cunoscut, fiind posibile următoarele situații:

- $x_{lim} < x \leq d$ \rightarrow armătura A_{s1} este întinsă
- $x > d$ \rightarrow armătura A_{s1} este comprimată



Prevailing bending with compression / Compresiune excentrică dreaptă

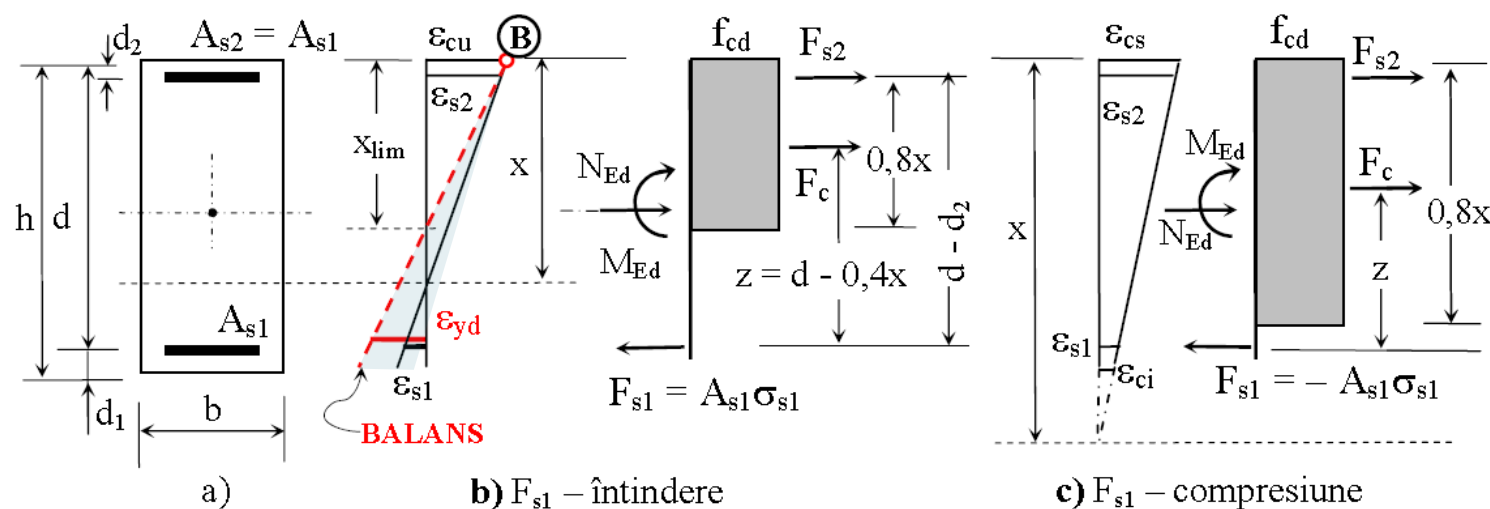
Cazul II: armătura întinsă A_{s1} nu curge

$$N_{Ed} > N_{lim}$$

Dacă $x_{lim} < x \leq d$ (A_{s1} întins)

$$\varepsilon_{cu} \geq x_{lim} \frac{\varepsilon_{yd}}{d - x_{lim}} = x \frac{\varepsilon_{s1}}{d - x} \Rightarrow \varepsilon_{s1} \geq \frac{x_{lim}}{x} \frac{d - x}{d - x_{lim}} \varepsilon_{yd}$$

$$\Rightarrow \sigma_{s1} \geq \frac{x_{lim}}{x} \frac{d - x}{d - x_{lim}} f_{yd} \quad (\text{întindere})$$



Prevailing bending with compression / Compresiune excentrică dreaptă

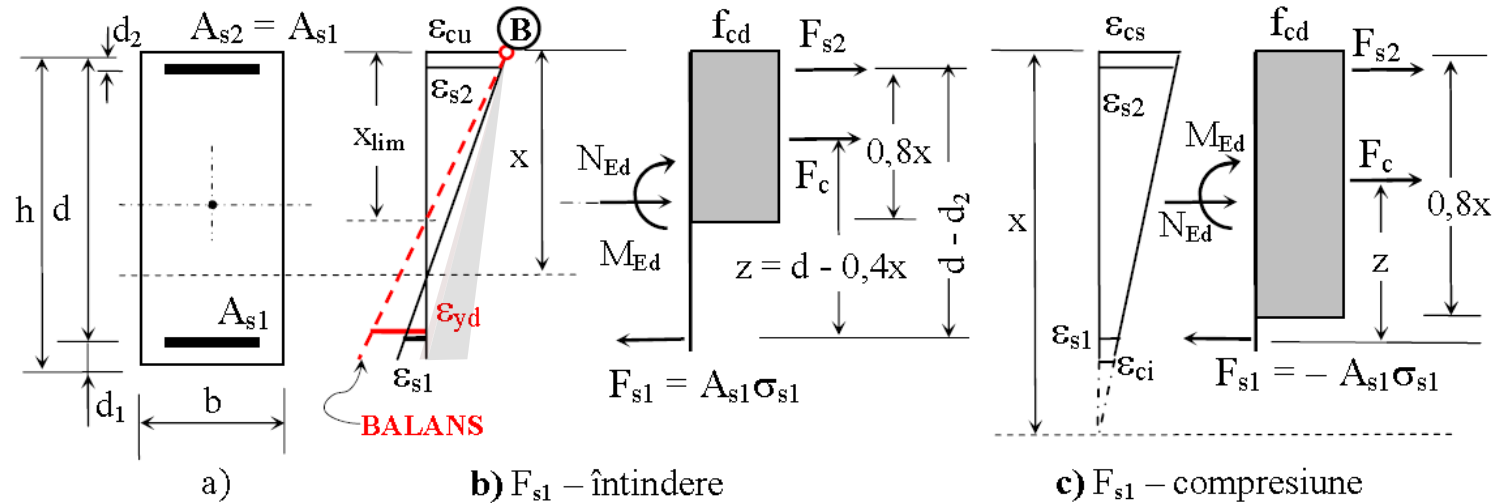
Cazul II: armătura întinsă A_{s1} nu curge

$$N_{Ed} > N_{lim}$$

Dacă $x > d$

$$\sigma_{s1} = 4 \frac{x - d}{d} f_{yd} \quad \text{pt } d < x \leq h \text{ (compresiune)}$$

$$\sigma_{s1} = -f_{yd} \quad \text{pt } x > h \text{ (compresiune)}$$



Prevailing bending with compression / Compresiune excentrică dreaptă

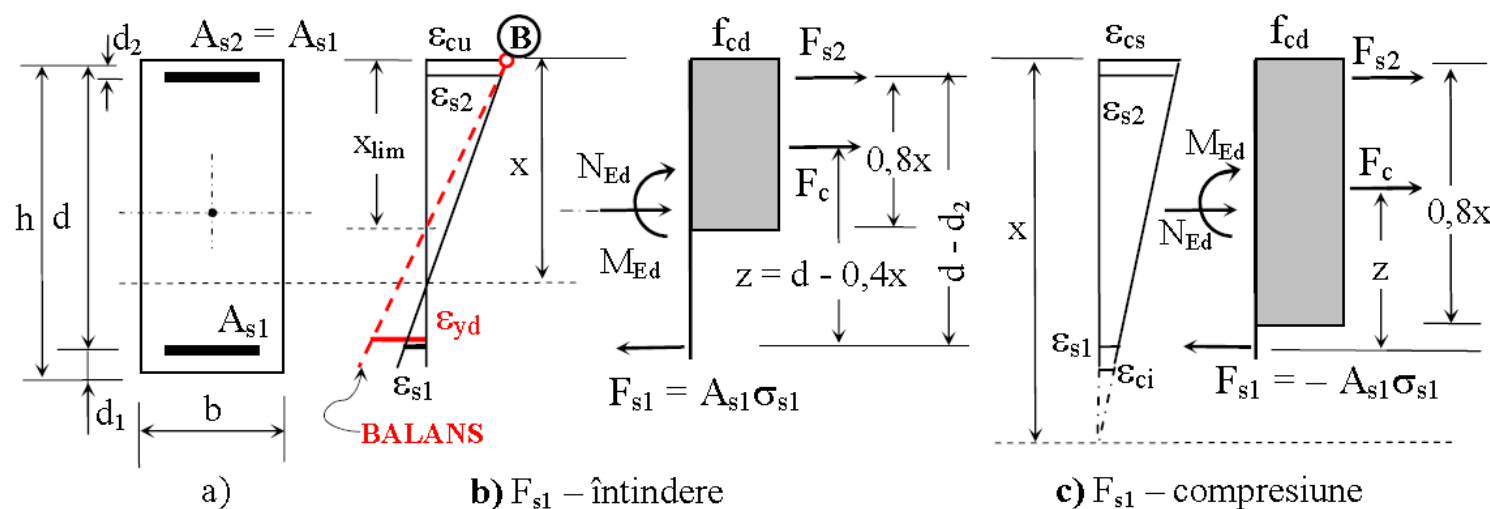
Cazul II: armătura întinsă A_{s1} nu curge

$$N_{Ed} > N_{lim}$$

Ecuatia de echilibru $N_{Ed} = F_c + F_{s2} - F_{s1}$

$$N_{Ed} = 0.8bx f_{cd} + A_{s2} f_{yd} - A_{s1} \sigma_{s1}$$

$$N_{Ed} = 0.8bx f_{cd} + A_{s2} (f_{yd} - \sigma_{s1})$$



Prevailing bending with compression / Compresiune excentrică dreaptă

Cazul II: armătura întinsă A_{s1} nu curge

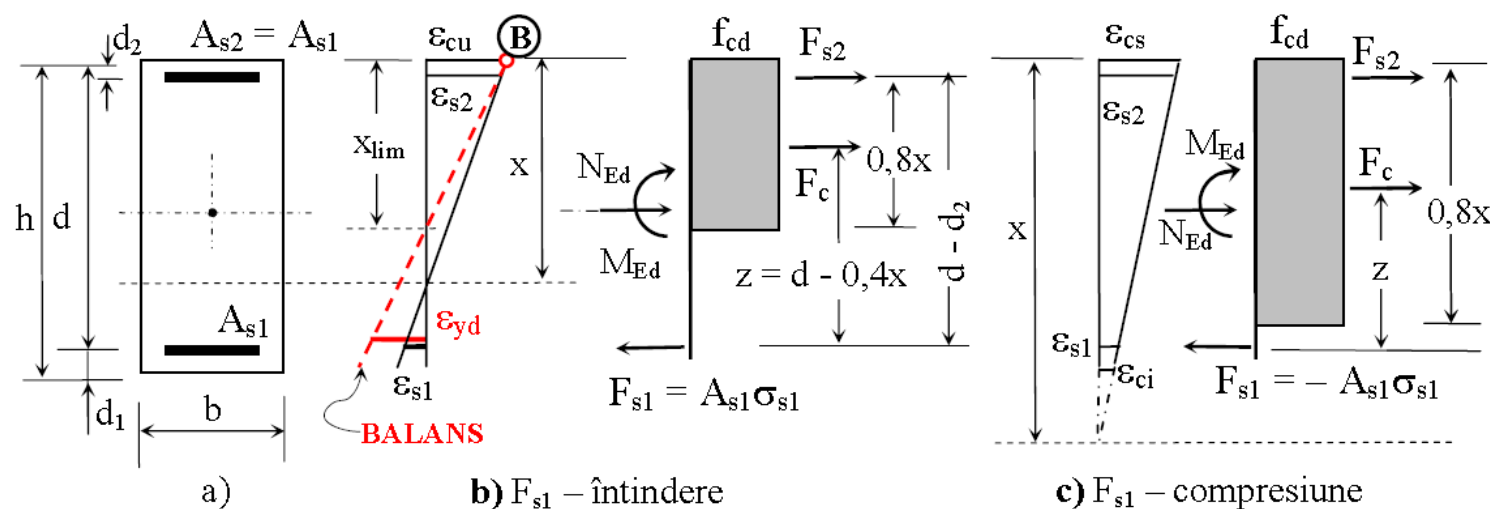
$$N_{Ed} > N_{lim}$$

Ecuția de momente în raport cu F_{s1}

$$M_{Ed} + N_{Ed}(0.5h - d_1) = F_c z + F_{s2}(d - d_2)$$

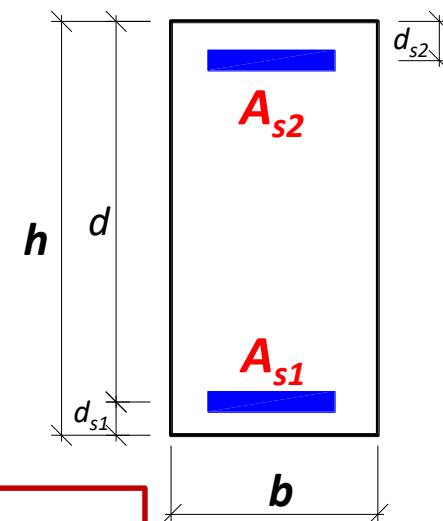
$$M_{Ed} = 0.8bx(d - 0.4x)f_{cd} + A_{s2}f_{yd}(d - d_2) - N_{Ed}(0.5h - d_1)$$

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} = 0.8bx(d - 0.4x)f_{cd} + A_{s2}f_{yd}(d - d_2) - N_{Ed}(0.5h - d_1)$$



Prevailing bending with compression - Design / Compresiune excentrică dreaptă - Proiectare

Calculul la compresiune excentrică dreaptă - cu ajutorul ecuațiilor de echilibru

1. Dimensionarea armăturii ($A_{s1} = A_{s2}$)Date de intrare: M_{Ed} ; N_{Ed} ; f_{cd} ; f_{yd} ; b , h ; c_{nom} Necunoscut: $A_{s1} = A_{s2}$ a. Dacă $N_{Ed} \leq N_{lim} = 0.8\xi_{lim} bdf_{cd}$ (armătura întinsă curge)

$$\text{Pt } x = \frac{N_{Ed}}{0.8bf_{cd}} \geq \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{yd}} d_2$$

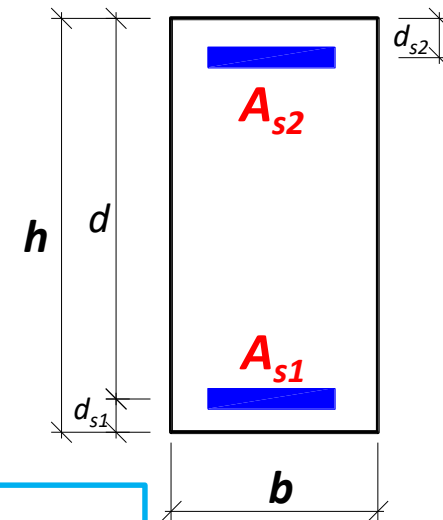
$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{M_{Ed} - N_{Ed}(0.5h - 0.4x)}{f_{yd}(d - d_2)}$$

$$\text{Pt } x = \frac{N_{Ed}}{0.8bf_{cd}} < \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{yd}} d_2$$

$$A_{s1} = A_{s2} = \frac{M_{Ed} - N_{Ed}(0.5h - d_2)}{f_{yd}(d - d_2)}$$

Prevailing bending with compression - Design / Compresiune excentrică dreaptă - Proiectare

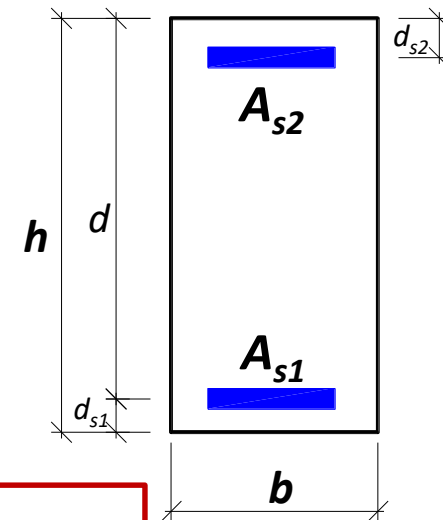
Calculul la compresiune excentrică dreaptă - cu ajutorul ecuațiilor de echilibru

1. Dimensionarea armăturii ($A_{s1} = A_{s2}$)Date de intrare: M_{Ed} ; N_{Ed} ; f_{cd} ; f_{yd} ; b , h ; c_{nom} Necunoscut: $A_{s1} = A_{s2}$ b. Dacă $N_{Ed} > N_{lim} = 0.8\xi_{lim} bdf_{cd}$ (armătura întinsă nu curge)1. Se alege o valoare pt x , pe intervalul $x > d$ 2. x este corect dacă $N_{Ed} = 0.8bx f_{cd} + A_{s2}(f_{yd} - \sigma_{s1})$ este adevărată

$$\Rightarrow A_{s1} = A_{s2} = \frac{M_{Rd} + N_{Ed}(0.5h - d_1) - 0.8bx(d - 0.4x)f_{cd}}{f_{yd}(d - d_2)}$$

Prevailing bending with compression - Design / Compresiune excentrică dreaptă - Proiectare

Calculul la compresiune excentrică dreaptă - cu ajutorul ecuațiilor de echilibru

2. Verificarea capacității portante ($A_{s1} = A_{s2}$)Date de intrare: $A_{s1} = A_{s2}$; N_{Ed} ; f_{cd} ; f_{yd} ; b , h ; c_{nom} Necunoscut: M_{Ed} 

a) Dacă $N_{Ed} \leq N_{lim} = 0.8\xi_{lim} bdf_{cd}$ (armătura întinsă curge)

$$x = \frac{N_{Ed}}{0.8bf_{cd}} \geq \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{yd}} d_2 \quad \Rightarrow \quad M_{Ed} \leq M_{Rd} = N_{Ed}(0.5h - 0.4x) + A_{s2}f_{yd}(d - d_2)$$

$$x = \frac{N_{Ed}}{0.8bf_{cd}} < \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{yd}} d_2 \quad \Rightarrow \quad M_{Ed} \leq M_{Rd} = A_{s1}f_{yd}(d - d_2) + N_{Ed}(0.5h - d_2)$$

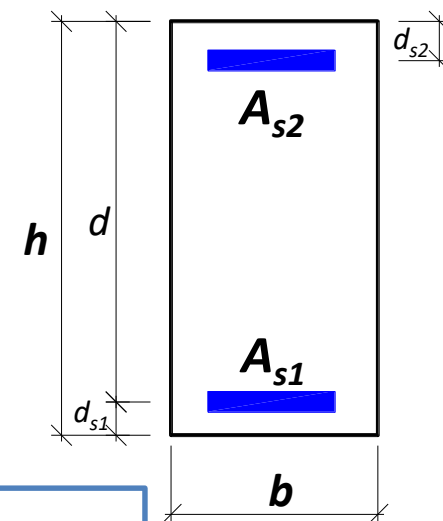
Prevailing bending with compression - Design / Compresiune excentrică dreaptă - Proiectare

Calculul la compresiune excentrică dreaptă - cu ajutorul ecuațiilor de echilibru

2. Verificarea capacității portante ($A_{s1} = A_{s2}$)

Date de intrare: $A_{s1} = A_{s2}$; N_{Ed} ; f_{cd} ; f_{yd} ; b , h ; c_{nom}

Necunoscut: M_{Ed}



b) Dacă $N_{Ed} > N_{lim} = 0.8\xi_{lim} bdf_{cd}$ (armătura întinsă nu curge)

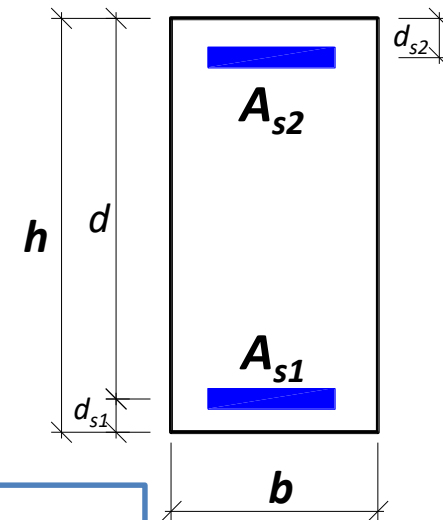
1. Se alege o valoare pt x , pe intervalul $x > d$

2. x este corect dacă

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} = 0.8bx(d - 0.4x)f_{cd} + A_{s2}f_{yd}(d - d_2) - N_{Ed}(0.5h - d_1) \quad \text{este adevărată}$$

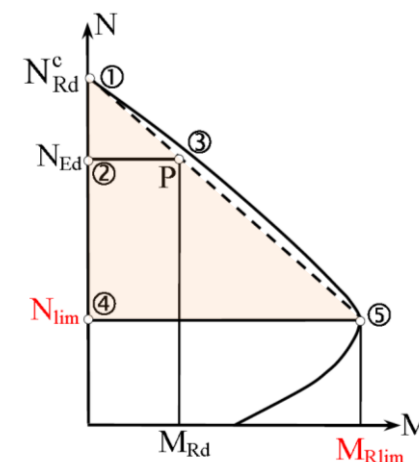
Prevailing bending with compression - Design / Compresiune excentrică dreaptă - Proiectare

Calculul la compresiune excentrică dreaptă - cu ajutorul ecuațiilor de echilibru

2. Verificarea capacității portante ($A_{s1} = A_{s2}$)Date de intrare: $A_{s1} = A_{s2}$; N_{Ed} ; f_{cd} ; f_{yd} ; b , h ; c_{nom} Necunoscut: M_{Ed} b) Dacă $N_{Ed} > N_{lim} = 0.8\xi_{lim} bdf_{cd}$ (armătura întinsă nu curge)

$$\frac{M_{Rd}}{N_{Rd}^c - N_{Ed}} = \frac{M_{Rlim}}{N_{Rd}^c - N_{lim}} \Rightarrow M_{Ed} \leq M_{Rd} = \frac{N_{Rd}^c - N_{Ed}}{N_{Rd}^c - N_{lim}} M_{Rlim}$$

unde $N_{Rd}^c = bdf_{cd} + (A_{s1} + A_{s2})f_{yd}$
(capacitatea portantă la compresiune axială a secțiunii)



Prevailing bending with compression - Design / Compresiune excentrică dreaptă - Proiectare

Calculul la compresiune excentrică dreaptă - **Instrumente alternative**

Indiferent de cazul de compresiune, pentru calculul practic al secțiunilor dreptunghiulare armate simetric se pot folosi **nomogramele** sau **tabelele**, concepute pentru diferite valori ale raportului $d_1/h = d_2/h$.

	Dimensionare	Determinare M_{Rd}
Date de intrare	ν și μ	ν și ω
Date de ieșire	ω_{req}	μ_{req}
Rezultat	A_s	M_{Rd}

Notații:

$$\nu = \frac{N_{Ed}}{bh f_{cd}}$$

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{bh f_{cd}} \quad A_s = \omega bh \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{bh^2 f_{cd}} \quad M_{Ed} = \mu bh^2 f_{cd}$$

9.1 DEFINIȚII

9.2 IMPERECȚIUNI

9.3 EFECTE DE ORDINUL II.

9.4 ZVELTEȚEA ȘI LUNGIMEA EFECTIVĂ

9.5 INFLUENȚA CURGERII LENTE ȘI CRITERII SIMPLIFICATOARE

9.6 COMPRESIUNE EXCENTRICĂ DREAPTĂ

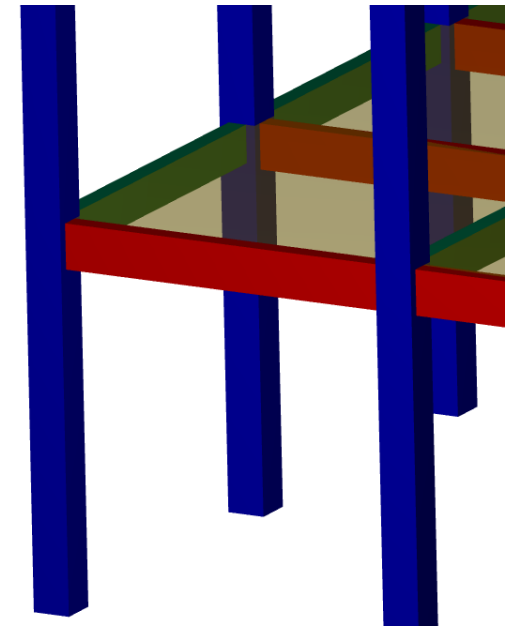
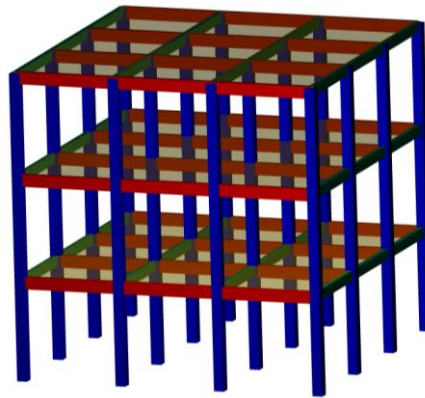
9.7 COMPRESIUNE EXCENTRICĂ OBLICĂ

Biaxial bending / Compresiune excentrică oblică

În **realitate** forța axială de compresiune este însoțită de momente încovoietoare acționând pe direcțiile principale ale secțiunii:

$$\rightarrow N, M_y, M_z, V_y, V_z, T$$

compresiune
excentrică oblică



Se acceptă un **calcul** separat **pe direcțiile principale** ale secțiunii, cu luarea în considerare a imperfecțiunilor numai pentru direcția în care au cel mai defavorabil efect.

click

Biaxial bending / Compresiune excentrică oblică

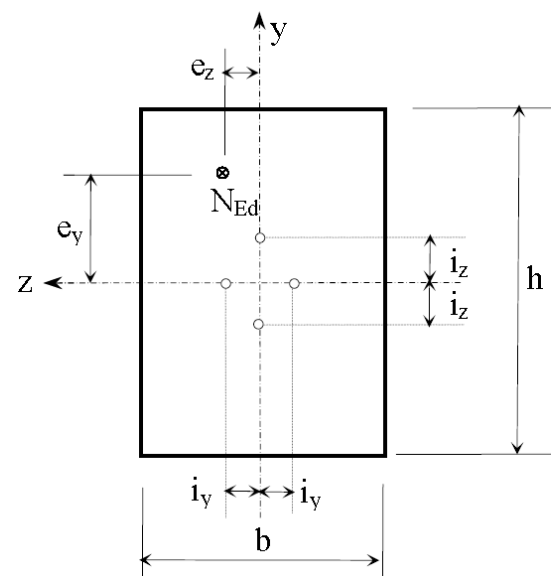
Nu sunt necesare verificări ulterioare atunci când:

a) $0,5 \leq \lambda_y / \lambda_z \leq 2$

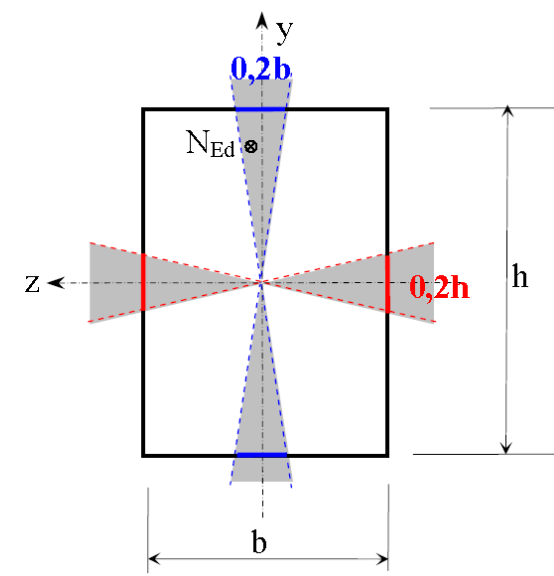
b) $\frac{e_y/h}{e_z/b} \leq 0.2$ sau $\frac{e_z/b}{e_y/h} \leq 0.2$

Unde

$$e_y = \frac{M_{Edz}}{N_{Ed}} \quad ; \quad e_z = \frac{M_{Edy}}{N_{Ed}}$$



excentricități



Condiția b)

→ Dacă condițiile a) și b) **nu sunt îndeplinite simultan**, este **necesar un calcul** la compresiune excentrică oblică, în care efectele de ordinul doi se iau în considerare pentru fiecare direcție în parte.

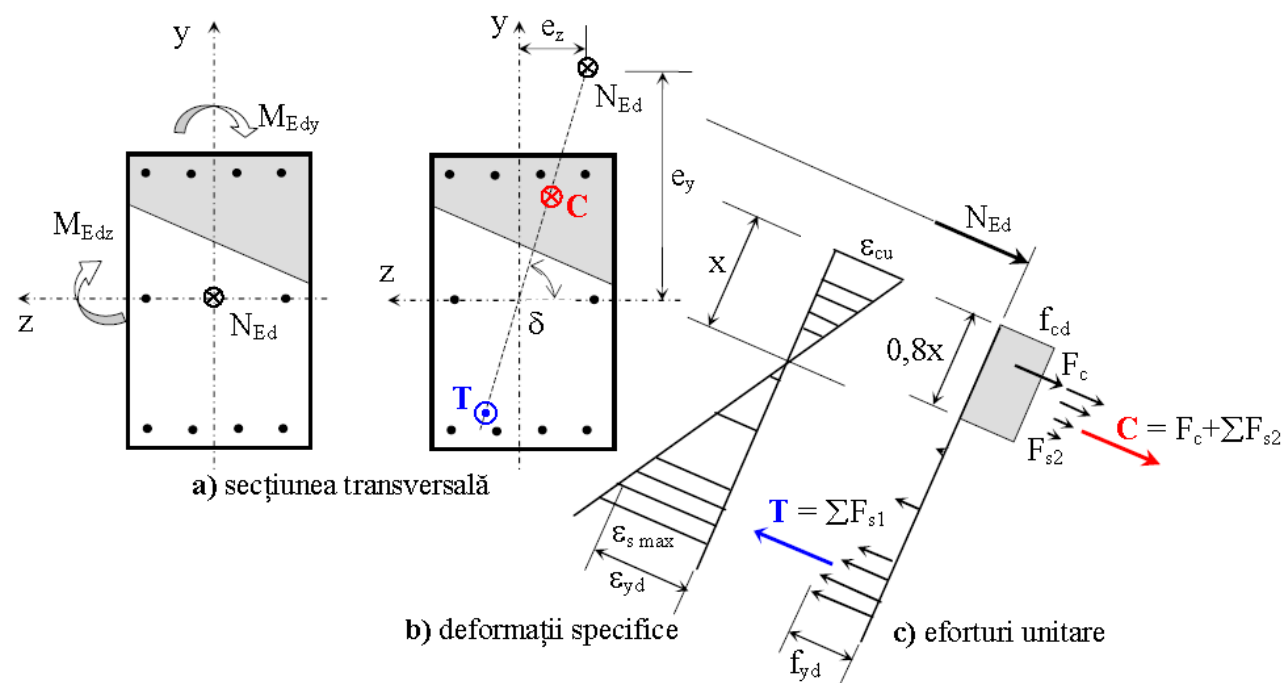
Biaxial bending / Compresiune excentrică oblică

Caracteristici ale secțiunii dreptunghiulare supusă la compresiune excentrică oblică

- armătura este dispusă pe toate laturile secțiunii
- linia forței este caracterizată prin $\tan \delta = M_{Edz} / M_{Edy} = e_y / e_z$

Ipoteze de calcul:

- **secțiunile rămân plane** și după deformarea elementului;
- distribuția eforturilor unitare de compresiune în beton rezultă din curba $\sigma_c - \epsilon_c$
- efortul unitar în armătură rezultă din diagrama $\sigma_s - \epsilon_s$.



Biaxial bending / Compresiune excentrică oblică

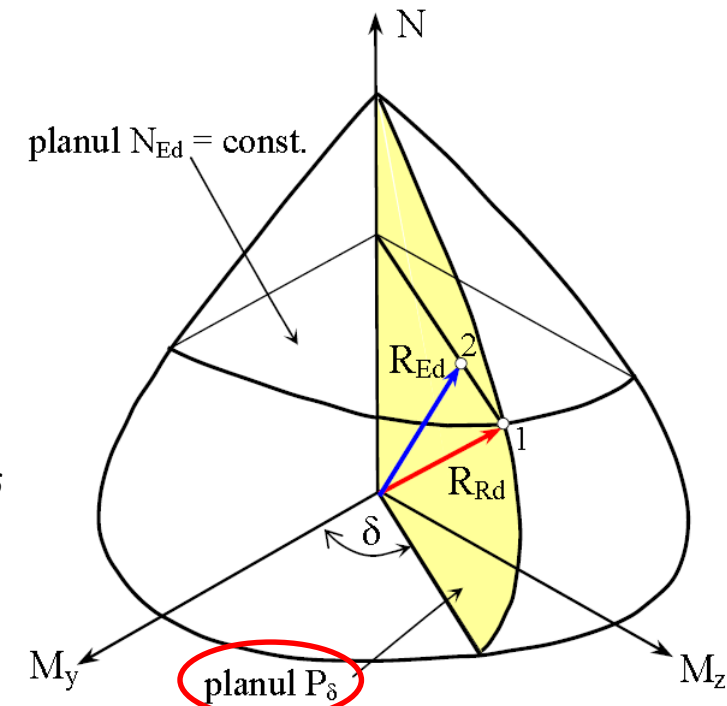
Comportarea secțiunii dreptunghiulare supusă la compresiune excentrică oblică → **suprafața** de interacțiune $N - M_y - M_z$

Eforturile
$$R_{Ed} = \sqrt{N_{Ed}^2 + M_{Ed}^2}$$

Capacitatea portantă la compresiune excentrică oblică

$$R_{Rd} = \sqrt{N_{Rd}^2 + M_{Rd}^2}$$

Cei doi vectori se găsesc în același plan meridian P_δ



Biaxial bending / Compresiune excentrică oblică

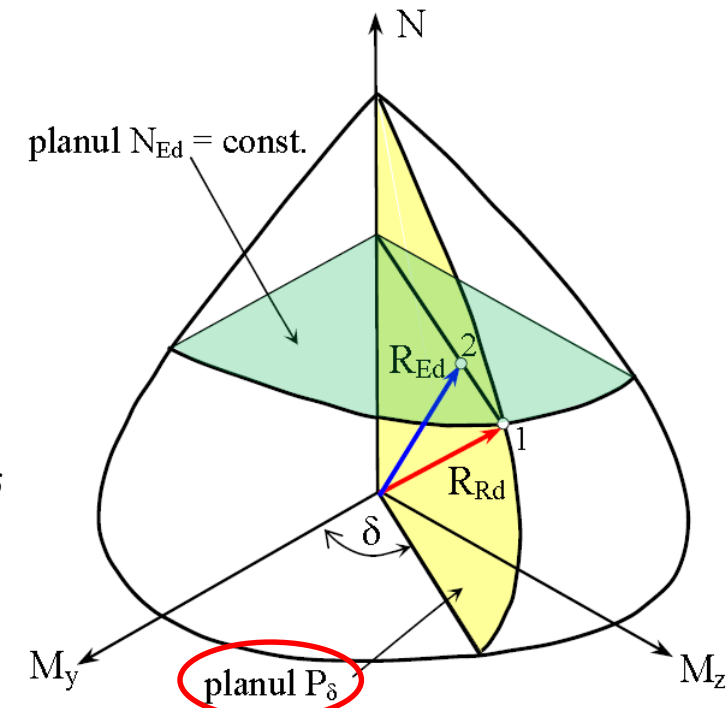
Comportarea secțiunii dreptunghiulare supusă la compresiune excentrică oblică → **suprafața** de interacțiune $N - M_y - M_z$

Eforturile
$$R_{Ed} = \sqrt{N_{Ed}^2 + M_{Ed}^2}$$

Capacitatea portantă la compresiune excentrică oblică

$$R_{Rd} = \sqrt{N_{Rd}^2 + M_{Rd}^2}$$

Cei doi vectori se găsesc în același plan meridian P_δ

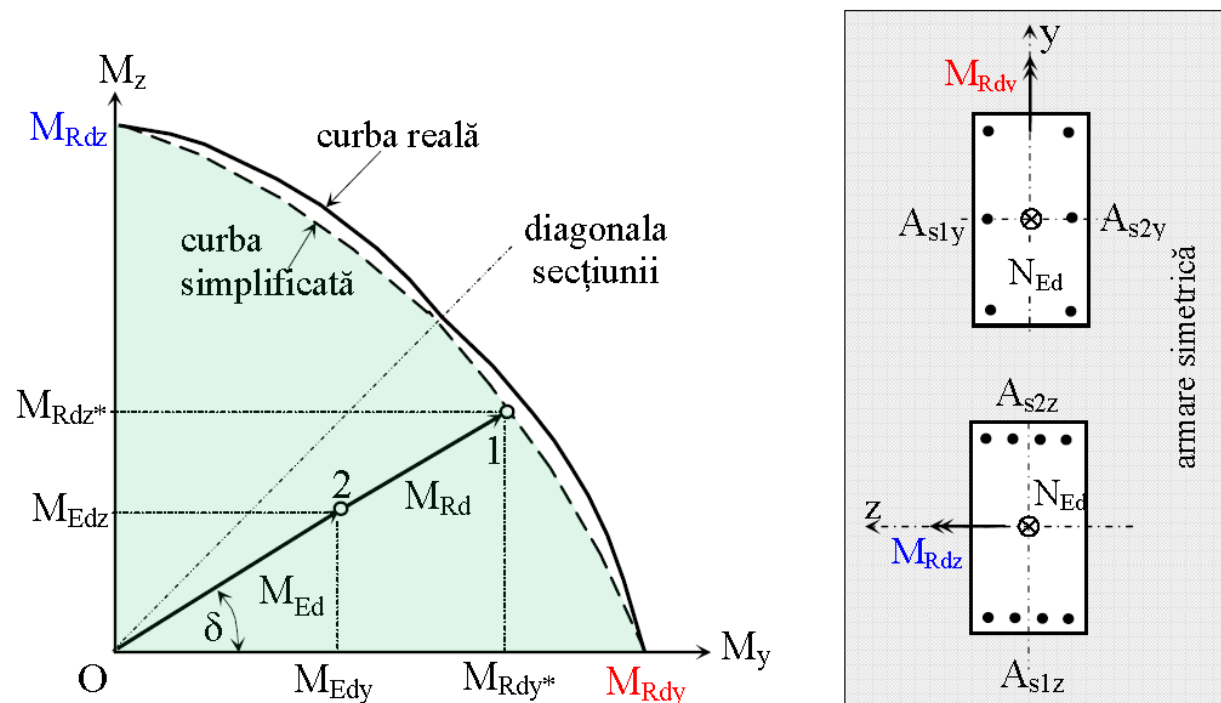


Biaxial bending / Compresiune excentrică oblică

Procedeeul simplificat

→ înlocuirea curbei reale de interacțiune $M_{Edy} - M_{Edz}$, dependentă de unghiul δ , cu o curbă simplificată de formă eliptică

→ Calculul conform acestui procedeu este acoperitor, curba simplificată aflându-se întotdeauna în interiorul curbei reale.



Biaxial bending / Compresiune excentrică oblică

Procedeul simplificat

Legea simplificată care descrie curba de interacțiune

$$\left(\frac{M_{Rdy}^*}{M_{Rdy}}\right)^a + \left(\frac{M_{Rdz}^*}{M_{Rdz}}\right)^a = 1$$

unde

M_{Rdy}^* , M_{Rdz}^* - componentele momentului încovoietor capabil M_{Rd} după direcțiile axelor secțiunii;

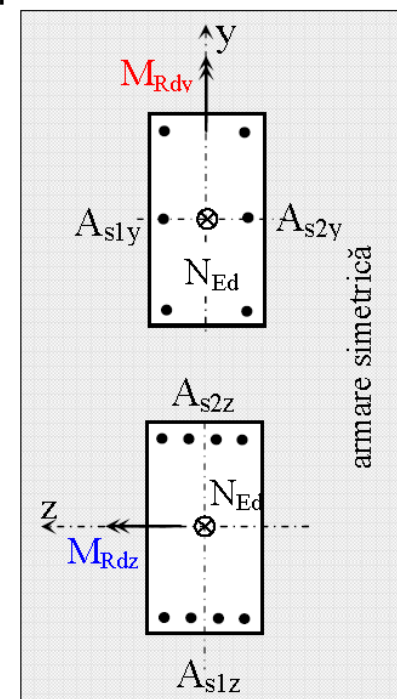
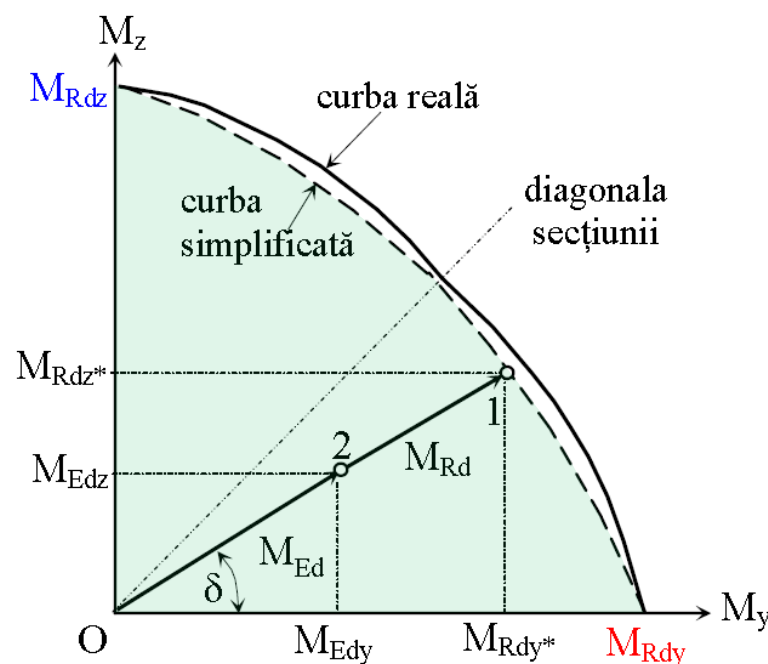
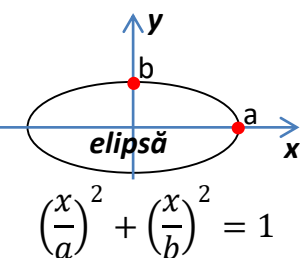
M_{Rdy} - momentul încovoietor capabil pentru N_{Ed} , când $M_{Edz} = 0$

M_{Rdz} - momentul încovoietor capabil pentru N_{Ed} , când $M_{Edy} = 0$

a - în funcție de valoarea relativă a forței N_{Ed} , cu interpolare liniară pentru valori intermediare

$N_{Ed}/N_{Rd} =$	0,1	0,7	1,0
$a =$	1,0	1,5	2,0

$$N_{Rd} = bdf_{cd} + A_{s,tot}f_{yd}$$



Biaxial bending / Compresiune excentrică oblică

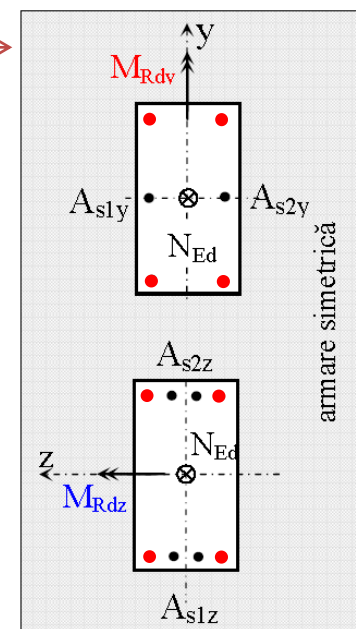
Verificarea secțiunii

Date de intrare: N_{Ed} ; M_{Edy} ; M_{Edz} ; $A_{s,tot}$; f_{cd} ; f_{yd} ; b , h ; c_{nom}

Etapele verificării:

- calculul capacității portante la compresiune axială N_{Rd}
- determinarea coeficientul a în funcție de valoarea raportului N_{Ed} / N_{Rd}
- stabilirea armăturile $(A_{s1} = A_{s2})_y$ și $(A_{s1} = A_{s2})_z$, barele din colțuri fiind luate în considerare pentru fiecare direcție în parte
- calculul momentului încovoietor capabil M_{Rdy} pentru N_{Ed} și A_{sy}
- calculul momentului încovoietor capabil M_{Rdz} pentru N_{Ed} și A_{sz}
- verificarea satisfacerii condiției

$$\left(\frac{M_{Rdy*}}{M_{Rdy}}\right)^a + \left(\frac{M_{Rdz*}}{M_{Rdz}}\right)^a \leq 1$$



Biaxial bending / Compresiune excentrică oblică

Dimensionarea secțiunii

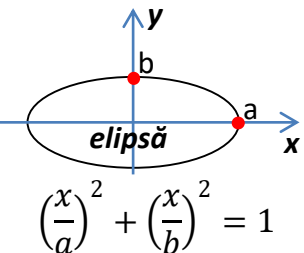
Date de intrare: N_{Ed} ; M_{Edy} ; M_{Edz} ; f_{cd} ; f_{yd} ; b , h ; c_{nom}

Pentru rezolvare se impune $M_{Rd} = M_{Ed}$

$$\left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}}\right)^a + \left(\frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}}\right)^a \leq 1 \quad \rightarrow \text{1 ecuație cu 2 necunoscute: } M_{Rdy} \text{ și } M_{Edz} \text{ (soluții } \infty)$$

→ Din punct de vedere **tehnic**, este normal ca între capacitățile portante de pe cele două direcții ale secțiunii să existe **același raport** ca între momentele încovoietoare M_{Edy} și M_{Edz}

$$\rightarrow \frac{M_{Rdy}}{M_{Rdz}} = \frac{M_{Edy}}{M_{Edz}} \quad \rightarrow \left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}}\right)^a = \left(\frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}}\right)^a \leq 0.5$$



Biaxial bending / Compresiune excentrică oblică

Dimensionarea secțiunii - descompunerea compresiunii excentrice oblice în două compresiuni excentrice după direcțiile principale ale secțiunii

Date de intrare: N_{Ed} ; M_{Edy} ; M_{Edz} ; f_{cd} ; f_{yd} ; b , h ; c_{nom}

Procedura de calcul:

- se estimează $A_{s,tot}$ și se calculează capacitatea portantă la compresiune axială N_{Rd}
- se determină coeficientul a în funcție de valoarea raportului N_{Ed}/N_{Rd}

- se alege o valoare Ω

$$\left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}}\right)^a = \left(\frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}}\right)^a = \Omega \leq 0.5$$

- se calculează

$$\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}} = \frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}} = \sqrt[a]{\Omega}$$

- dimensionarea armăturii $(A_{s1} = A_{s2})_y$ cu N_{Ed} și $M_{Edy}/\sqrt[a]{\Omega}$

- dimensionarea armăturii $(A_{s1} = A_{s2})_z$ cu N_{Ed} și $M_{Edz}/\sqrt[a]{\Omega}$

- pentru armarea realizată se calculează noua valoare N_{Rd} care se compară cu valoarea inițială;

Circular columns subjected to biaxial bending/ Secțiuni circulare supuse la compresiune excentrică oblică

Elementele circulare au armătura de rezistență uniform repartizată pe contur (cel puțin șase bare).

În cazul secțiunilor axial simetrice nu există compresiune excentrică oblică.

M_{Edy} și M_{Edz} sunt înlocuite cu un singur moment încovoietor:
$$M_{Ed} = \sqrt{M_{Edy}^2 + M_{Edz}^2}$$

Secțiunea atinge starea limită de rezistență prin:

- curgerea celor mai întinse bare, urmată de zdrobirea betonului comprimat (pivotalui B);
- zdrobirea betonului comprimat, fără a se produce curgerea barelor întinse (pivotalui C).

Indiferent de modul de cedare vor exista bare, întinse și comprimate, în care efortul unitar va fi mai mic decât limita de curgere.

